



Remerciements

Il nous est agréable de nous acquitter d'une dette de reconnaissance auprès de toutes les personnes, dont l'intervention au cours de ce projet, a favorisé son aboutissement.

A cette occasion, nous exprimons notre profonde gratitude à M. A. SKALLI, professeur à l'Ecole Mohammadia d'Ingénieurs au génie industriel pour ses conseils et ses précieuses directives.

Nos vifs remerciements vont également à M. A.TARMOUTI, responsable au département ingénierie et structuration au sein de WAFAGESTION, pour son encadrement et son soutien le long du déroulement de ce projet de fin d'étude.

Un grand merci va à l'ensemble du personnel de WAFAGESTION pour sa grande collaboration ainsi qu'à tous les enseignants qui nous ont accompagné durant notre cursus à l'EMI.

Aussi, nous tenons à remercier tous les membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail.

Enfin, que tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce projet trouvent ici nos salutations les plus distinguées.



Résumé

Avec la forte flambée que connaît la Bourse casablancaise de nos jours, une bonne gestion de portefeuille s'impose pour garantir la performance et la sécurité des placements. Encore faut-il qu'elle soit basée sur un processus efficient, dont figure l'allocation stratégique d'actifs, l'un de ses piliers majeurs.

Ce travail consiste à élaborer un outil d'aide à la décision d'allocation stratégique d'actifs, qui permettra au gérant de définir le portefeuille de l'investisseur tout en respectant ses exigences ainsi que son profil vis-à-vis du risque.

En effet, cet outil se compose de trois volets :

- Un questionnaire ayant pour objectif la détermination du le profil de l'investisseur.
- Des modèles mathématiques dégageant des portefeuilles efficients.
- Une mesure de performance des portefeuilles obtenus.



Abstract

With the strong blaze that the Moroccan Stock Market undergoes nowadays, a better asset management begins being more necessary than ever, because it leads to ensure the performance and the security of the investments. So, it's too important to define an efficient process, of which the strategic asset allocation represents one of its major pillars.

This work consists in elaborating a tool of help to the decision of strategic asset allocation that will allow the manager to define the investor's portfolio while respecting his requirements as well as his profile opposite the risk.

Indeed, this tool is on three shutters:

- A questionnaire whose aim is helping the manager on determining the investor's profile.
- The mathematical models that generate efficient portfolios.
- A performance's measure of the portfolios gotten.



ملخص

تعرف بورصة الدار البيضاء ارتفاعا ملحوظا في حجم التعاملات خلال الشهور الأخيرة، مما يحتم على شركات التدبير القيام بتسيير جيد للمحفظات من اجل ضمان الربح وسلامة الاستثمار. و من اجل هذا يلزم الاستناد على منهج عقلائي، وذلك ارتكازا على ما يسمى بالتوزيع الاستراتيجي للاستثمار الذي يعد اللبنة الأساسية في تكوين محفظة الزبون.

يهدف عملنا هذا إلى انجاز وسيلة مساعدة لاتخاذ قرار فيما يخص التوزيع الاستراتيجي للاستثمار، حيث تمكن المسير من تحديد محفظة المستثمر وذلك أخذا بعين الاعتبار شروطه ومتطلباته. وتتكون هذه الوسيلة ثلاثة محاور:

- مجموعة أسئلة تساعد على تحديد سمات المستثمر .
- نماذج رياضية تعطي المحفظات المرشحة.
- وسائل قياس فعالية المحفظات السابقة لتحديد المحفظة النهائية الملبية للشروط.



SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
 PARTIE I : PRESENTATION GENERALE DU MARCHE FINANCIER MAROCAIN ET GESTION DE PORTEFEUILLE	
CHAPITRE 1 : LE MARCHE FINANCIER MAROCAIN	5
1.1 Définitions :	5
1.2 Le marché financier marocain :	9
CHAPITRE 2 : L'ALLOCATION STRATEGIQUE D'ACTIFS	14
2.1 L'allocation d'actifs :	14
2.2 Description du concept de l'allocation stratégique d'actifs :	15
2.3 L'effet de diversification :	16
 PARTIE II : LES MODELES DE L'ALLOCATION STRATEGIQUE D'ACTIFS	
CHAPITRE 1 : THEORIE MODERNE DES PORTEFEUILLES	20
1.1 Modèle de MARKOWITZ :	20
1.2 Modèle de SHARPE :	21
1.3 Les limites des modèles « moyenne-variance».....	30
CHAPITRE2 : APPROCHE AVEC INTEGRATION D'UNE CONTRAINTE	31
2.1 Modèle de ROY.....	31
2.2 Modèle de surplus de SHARPE.....	34
2.3 Modèle de HARLOW.....	37
CHAPITRE 3 : MESURE DE LA PERFORMANCE	42
3.1 Le ratio de Treynor :	42
3.2 Le ratio de Sharpe :	43
3.3 Comparaison des deux ratios :	43
 PARTIE III : MISE EN PLACE DE L'OUTIL D'AIDE A LA DECISION D'ALLOCATION STRATEGIQUE D'ACTIFS	
CHAPITRE 1 : LE QUESTIONNAIRE	47
1.1 La description des sections :	48
1.2 Le système de notation :	52



1.3 Le questionnaire élaboré :.....	53
1.4 Les profils ressortis:	60
1.5 Description des profils:.....	61
1.6 Explication du choix de la pondération des actifs :.....	62
CHAPITRE 2 : L'APPLICATION AVEC LE LANGAGE VISUAL BASIC	63
2.1 Interface du Menu :.....	64
2.2 Interface Questionnaire :	65
2.3 Interface du modèle de Roy :.....	66
2.4 Interface de Surplus de Sharpe :.....	67
2.5 Interface de Harlow :	68
2.6 La base de données :.....	69
2.7 Interface de l'allocation stratégique d'actifs :	70
2.8 Interface de Markowitz :.....	71
CHAPITRE 3 : ETUDE DE CAS	72
3.1 Présentation du problème:	72
3.2 Estimation de la rentabilité et l'écart-type du MASI et du MBI MLT :.....	72
3.3 Allocation stratégique d'actifs du portefeuille de l'investisseur :	73
CONCLUSION GENERALE	75
BIBLIOGRAPHIE.....	76
ANNEXES.....	78



Liste des figures :

Figure 1.1 Représentation des actifs vis-à-vis du couple risque/rendement.....	9
Figure 1.2 L'historique des fluctuations du MASI.....	12
Figure 1.3 L'historique des fluctuations du MBI MLT.....	13
Figure 1.4 Le processus d'un investissement.....	15
Figure 2.1 Représentation de la frontière efficiente.....	24
Figure 2.2 Les différentes solutions possibles du problème de Roy.....	32
Figure 2.3 : Représentation graphique de la VaR.....	38
Figure 3.1 : Représentation graphique des portefeuilles proposés.....	59
Figure 3.2: Représentation de quelques produits de WAFAGESTION.....	62
Figure 3.3 : Interface du Menu principal.....	64
Figure 3.4 : Fenêtre du message de confirmation.....	64
Figure 3.5 : Interface du Questionnaire.....	65
Figure 3.6 : Interface du modèle de Roy.....	66
Figure 3.7 : Interface du modèle de surplus de Sharpe.....	67
Figure 3.8 : Interface du modèle de Harlow.....	68
Figure 3.9 : Interface de la base de donnée Access.....	69
Figure 3.10 : Interface de la mesure de performance (Ratio de Sharpe).....	70
Figure 3.11 : Interface du modèle de Markowitz.....	71
Figure 3.12 : Profil de l'investisseur traité dans l'étude de cas.....	73

Liste des tableaux :

Tableau 3-1: les scores des profils par type d'investisseur.....	61
Tableau 3-2: les profils explicités avec l'objectif du fonds de répartition.....	62



INTRODUCTION GENERALE

Devant l'accroissement important des risques boursiers depuis quelques années, les nouvelles approches de gestion de portefeuille sont particulièrement utiles. La validation empirique qu'apportent les modèles de ces démarches est trop puissante pour qu'elles soient rejetées par les gérants.

A l'opposé de ce que pensent certains financiers, il ne faudrait pas croire que ces préceptes entraînent l'élimination de l'analyse financière ou d'une éventuelle étude macro-économique. Il s'agit plutôt d'une orientation vers une gestion tenant compte du risque. Le fonds d'investissement devrait s'orienter vers un système intégré et cohérent de gestion de fortune cherchant à protéger ou à faire fructifier l'épargne et non à courir, selon l'inspiration ou les rêves de chacun, vers des profits surréalistes.

L'allocation stratégique d'actifs est l'une de ces approches que les sociétés de gestion devraient s'efforcer à introduire dans leur processus d'investissement, vu qu'elle adopte le concept de la diversification comme un moyen de minimisation du risque.

Le problème traité par cette démarche réside dans la détermination des pourcentages des différents actifs qui constituent le portefeuille. Dans ce travail il s'agit des actions et obligations, dans l'objectif de générer un portefeuille de référence efficient appelé « **Benchmark** ».

Dans ce cadre, ce projet de fin d'études, au sein de WAFAGESTION, s'inscrit dans cette politique en mettant en place un outil d'aide à la décision d'allocation stratégique d'actifs.

A cet effet, la première partie est consacrée à une présentation générale du marché financier marocain, de l'environnement de gestion et de l'allocation d'actifs, en expliquant les notions qui seront utilisées le long de ce présent rapport et en donnant une description du concept de l'allocation stratégique d'actifs.

Dans la deuxième partie, on explicite de façon détaillée les divers modèles mathématiques qui ont été proposés à WAFAGESTION dans le cadre de la réalisation d'un benchmark, chaque modèle est traité à part dans un chapitre séparé en donnant ses



hypothèses, sa modélisation et sa résolution. En plus, les deux ratios utilisés pour la mesure de performance des portefeuilles ont été présentés dans le sixième chapitre de cette partie.

Dans la dernière partie, l'outil d'aide à la décision qui a été développé avec toutes ses composantes, à savoir le questionnaire élaboré et l'application sous VB, a été présenté. Et pour montrer davantage la cohérence de ce travail, une étude de cas d'un investisseur marocain ayant ses propres exigences concernant le risque, la rentabilité et l'horizon de son placement est présentée dans le dernier chapitre.

Enfin, la conclusion synthétisera ce travail réalisé.



PARTIE I :

PRESENTATION GENERALE DU MARCHE FINANCIER MAROCAIN ET GESTION DE PORTEFEUILLE



Introduction :

De nos jours, le monde moderne est atteint par une véritable frénésie de changement. Le domaine financier en est un des plus dynamiques de l'économie du pays. Au Maroc, la Bourse prend de plus en plus d'ampleur dans le tissu économique marocain, ainsi les investisseurs sont plus présents sur la place casablancaise. Dès lors, la bonne gestion de portefeuille demeure un processus d'une nécessité primordiale pour garantir la performance du placement de l'investisseur quelque soit son apport ou son horizon de placement.

Dans la première partie de ce présent rapport, on présentera globalement le marché financier marocain avec les différentes notions qu'il incorpore. Ensuite, on évoquera l'allocation stratégique d'actifs comme étant une stratégie de diversification de portefeuille et enfin, on effectuera un déploiement détaillé de cette démarche.



CHAPITRE 1 : LE MARCHÉ FINANCIER MAROCAIN

1.1 Définitions :

1.1.1 Un portefeuille:

Un portefeuille est un panier d'actifs qu'un acteur du marché peut détenir et dont chacun de ces actifs possède un taux de rentabilité et une volatilité. Les actifs se divisent généralement sous la forme d'actions, d'obligations et d'options au marché marocain.

- **Le risque d'un portefeuille :**

Le risque total d'un portefeuille est l'incertitude que la rentabilité réalisée (ex post) soit supérieure ou inférieure à celle espérée (ex ante). Il peut toujours être mesuré par la variance ou l'écart type de sa rentabilité. Comme la variation des cours des différents titres du portefeuille se compensent, ceci va conduire à réduire le risque total.

1.1.2 Les actifs financiers :

a) Les actions :

Une action est une fraction de capitaux propre à l'entreprise lorsque celle-ci est constituée en société anonyme.

Les actions constituent donc une source de financement pour l'entreprise, de même que les titres de créance (dettes), dont elles se différencient toutefois nettement. En effet, elles ont une durée de vie illimitée (la sortie ne peut se faire que par cession du titre, il n'y a pas de remboursement prévu contractuellement), et son porteur court le risque total de l'entreprise.

Elles procurent à leur détenteur des droits :

- droit au dividende : une partie du bénéfice net est distribuée chaque année.
- droit de participer aux opérations : en cas d'opération sur le capital, les actionnaires en bénéficient.
- droits préférentiels de souscription et d'attribution.
- droit de regard sur la gestion de l'entreprise.
- droit de vote qui est au prorata des actions détenues.
- droit à une partie de l'actif net de l'entreprise en cas de sa liquidation.



Les actions peuvent être détenues selon deux modes :

-les actions au porteur : le nom du propriétaire est connu par la société d'intermédiation financière mais n'est pas communiqué à la société émettrice.

La plupart des actions en circulation à la Bourse de Casablanca sont au porteur.

-les actions nominatives : le nom de l'actionnaire est connu par la société ce qui facilite la communication entre cette dernière et ses actionnaires.

- **Le risque d'une action :**

Le risque d'un investissement en valeurs mobilières provient du fait que les espérances de rentabilité ne sont pas toujours réalisées. Certes, ces espérances peuvent être dépassées, mais il peut arriver également que la rentabilité d'un titre ou d'un portefeuille soit nettement inférieure aux anticipations, voire fortement négative. La dispersion des rentabilités autour de la rentabilité moyenne ou espérée traduit donc l'incertitude (ou risque) de l'action.

Il y a plusieurs manières d'évaluer le risque d'une action, la plus connue consiste à calculer la volatilité historique (mesure de l'importance des fluctuations de cours d'une valeur).

Bref, l'action offre une incertitude sur le montant des dividendes futurs ainsi qu'un risque d'effritement de la valeur d'actif qui lui est attachée.

b) Les obligations :

Une obligation est un titre de créance négociable représentant la part d'un emprunt émis par les entreprises privées mais également les entreprises publiques ou encore par l'Etat. Il est assuré du remboursement de son prêt selon les modalités arrêtées dans la note d'information visée par le Conseil Déontologique des Valeurs Mobilières.

Au moment de l'émission, l'obligation se caractérise par un certain nombre d'aspects, et notamment :

- la valeur nominale : c'est la part réellement souscrite dans l'emprunt.



- le taux facial : c'est le taux de rendement apparent de l'obligation, celui qui est affiché lors de l'émission.
 - les coupons versés : sommes versées au créancier par période indiquée dans le contrat.
 - la maturité : c'est la durée à l'échéance de laquelle l'émetteur de l'obligation rembourse la totalité du montant emprunté au créancier.
 - date de jouissance : c'est la date correspondante au premier coupon.
- **Risque d'une obligation :**

Le risque d'un placement en obligation peut provenir du risque de faillite de l'émetteur. Ce risque n'existe pas pour les émissions ayant la garantie de l'Etat et pratiquement négligeable pour les groupements professionnels.

Toutefois, même lorsque le risque de défaut est absent, le placement en obligation à taux fixe est risqué pour un investisseur dont le portefeuille à court ou moyen terme a connu des fluctuations.

c) Les options :

En finance de marché, une option est un produit dérivé qui permet de « miser » sur le cours futur d'un actif financier, dans une optique de spéculation ou d'assurance. En effet, c'est un contrat qui offre à son détenteur le droit mais non l'obligation d'acheter ou de vendre un actif, dit actif support ou actif sous-jacent, il peut être aussi bien un taux d'intérêt, un taux de change, une matière première, une action ou tout autre actif financier. Il peut même représenter un support immatériel comme un indice des prix à la consommation.

Ce droit lui-même se négocie, sur un marché d'options spécialisé (géré par une bourse, ou au gré à gré), contre un certain prix, appelé prime, ou *premium*.

Les deux principaux contrats d'options négociés sur le marché sont les options d'achat « call », et les options de ventes « put » :



-un call donne à l'acheteur le droit, et non l'obligation, d'acheter un nombre déterminé d'unités d'actifs support à un prix déterminé (appelé prix d'exercice ou strike-price) avant ou à une date déterminée (appelée date d'échéance ou strike-date).

-un put donne à l'acheteur le droit, et non l'obligation, de vendre un nombre déterminé d'unités d'actifs support à un prix déterminé avant ou à une date précise.

Les options peuvent être utilisées soit en couverture de risque de baisse ou hausse, soit pour spéculer à la baisse ou à la hausse. Ainsi, sur les marchés organisés ou de gré à gré, on peut:

- acheter des *calls* pour jouer (ou se protéger d') une hausse du cours de l'actif sous-jacent.
- acheter des *puts* pour jouer (ou se protéger d') une baisse de l'actif sous-jacent.
- vendre des *calls* pour jouer une baisse.
- vendre des *puts* pour jouer une hausse.

- **Risque de l'option :**

En l'absence d'une couverture spécifique et dans le cas le plus défavorable, le risque potentiel de l'acheteur d'une option réside dans la perte limitée à la prime qu'il aura payée. Son gain maximum est en revanche illimité s'il a acquis une option d'achat et limité au prix d'exercice diminué de la prime pour une option de vente.

Symétriquement, le vendeur d'une option voit son gain maximum limité à la prime qu'il reçoit. Sa perte peut être illimitée (vendeur d'un *call*) ou limitée (vendeur d'un *put*). Il s'agit d'une stratégie spéculative très risquée. Si l'option n'a pas été exercée à la date d'échéance, elle est dite abandonnée.

Parmi les actifs présentés ci-dessus on trouve que les actions et les obligations sont les plus répandues dans le marché financier marocain. C'est dans ce sens que ce travail portera principalement sur ces deux classes d'actifs.



1.1.3 Comparaison entre les actions et les obligations :

Il y a des relations historiques qui montrent que sur le long terme, les actions sont les actifs les plus performants car à eux seules correspond une création de richesse. Alors que sur le court terme, les obligations présentent un avantage sur les actions. Néanmoins, il peut y avoir des petites exceptions généralement liées à la conjoncture économique.

D'une autre part, les actions sont plus risquées que les obligations et cela est justifié du moment que le risque est proportionnel à l'espérance de gain. Le graphe suivant place les différents actifs financiers selon leur couple risque / rendement:

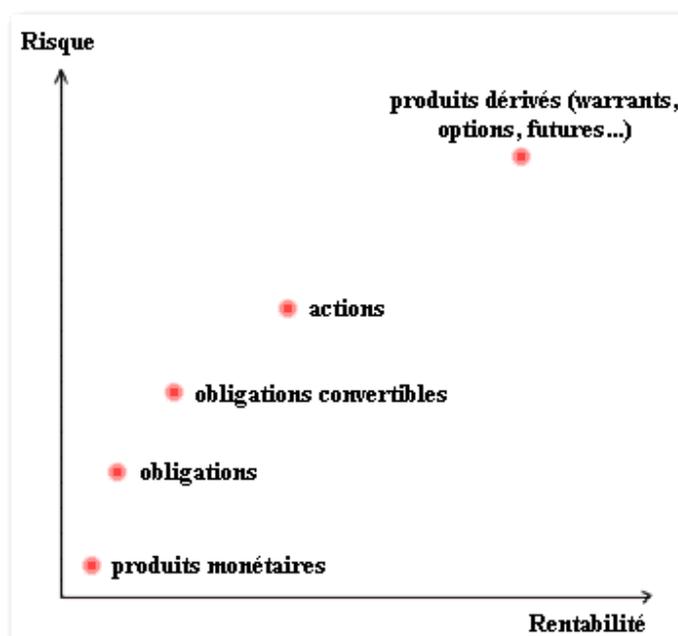


Figure 1.1 Représentation des actifs vis-à-vis du couple risque/rendement

1.2 Le marché financier marocain :

Le marché financier et boursier marocain a connu un mouvement de modernisation important à partir de 1993. Les sociétés cotées à la Bourse de Casablanca étaient au nombre de 69, le volume de transactions réalisées par an à Casablanca du montant étaient de 22 milliards de dirhams, et le ratio de financement de l'économie (capitalisation boursière / PIB) n'a atteint que 7% à Casablanca.



Dans le but de faire passer le Maroc d'une économie d'endettement à une économie des marchés financiers et atteindre par conséquent une situation d'allocation stratégique optimale des ressources, les autorités marocaines ont entrepris plusieurs mesures, deux principales réformes ont été introduites :

La première est l'élaboration de trois textes de lois relatives à la Bourse des valeurs, aux Organismes de Placements Collectifs des Valeurs Mobilières et enfin la loi portant création du Conseil Déontologique des Valeurs Mobilières.

La deuxième est la réforme introduite en 1997 : c'est ainsi que de nouveaux textes de lois ont été adoptés, le premier a modifié le dahir relatif à la bourse des valeurs de 1993, créé le Dépositaire central chargé d'assurer la conservation des titres admis au régime de compte courant et faciliter leur circulation et institué un régime de dématérialisation des titres, le deuxième texte a institué un régime général de l'inscription en compte courant pour les valeurs mobilières inscrites à la côte de la bourse des valeurs.

Les principaux objectifs de ces réformes étaient de :

- mettre en place des moyens permettant de rendre le marché boursier plus efficient au niveau informationnel, soit la transparence du marché, l'amélioration de l'information des investisseurs et du public et la protection des épargnants.
- rendre le marché financier plus liquide, et plus dynamique afin de permettre une large participation des entreprises et des investisseurs.
- instituer de nouveaux produits financiers (options), et l'instauration d'un régime fiscal favorisant le placement en valeurs mobilières.

Ces dernières années le marché marocain a connu la prédominance obligataire et le manque de profondeur du marché actions. En effet, la Bourse englobe des sociétés cotées dont la plupart ont un faible flottant, ce qui laisse une vingtaine de titres suffisamment liquides. L'élargissement du champ d'investissement aux sociétés non cotées devrait développer la marge de manœuvre, car, pour le moment, les sociétés de gestion sont légalement tenues d'investir exclusivement dans des sociétés faisant appel public à l'épargne et censées être valorisées à leur juste valeur par le marché. Le marché des obligations, lui aussi, affiche des faiblesses. Si les marchés primaire et



secondaire des bons du Trésor sont relativement liquides, il n'en est pas de même pour le marché de la dette privée. Les gérants de portefeuilles regrettent que l'économie marocaine, dominée par des PME pas toujours structurées, reste caractérisée par un financement intermédié où les banques occupent toujours un rôle prépondérant.

1.2.1 Le marché obligataire :

Le marché obligataire a évolué dans un contexte marqué par une forte tension monétaire et un besoin plus important du trésor. Une situation qui a fait régner un climat d'attente et de manque de visibilité quant aux besoins réels du trésor.

Ainsi, la demande a atteint 82,8 milliards MAD, dont le plus gros a été exprimé sur le court-terme avec 58% du montant total offert. Le long-terme n'a été concerné que par 18% de cette demande.

1.2.2 Le marché actions :

La performance trimestrielle du marché action a évolué en 3 phases:

- Phase I : Évolution positive des indices boursiers face aux perspectives de croissance de la capacité bénéficiaire pour l'année 2006.
- Phase II : Prise de bénéfice à la veille de l'annonce des premiers résultats.
- Phase III : La ré-allocation entre les portefeuilles obligataires et actions de certains institutionnels face à la baisse de la rentabilité du marché obligataire, dans un contexte de sur liquidité, a profité au marché boursier.

Côté volume, le marché a drainé 41 milliards MAD dont plus 90% sur le marché centrale essentiellement concentré sur les valeurs des secteurs immobilier, bancaire et des holdings.

1.2.3 Les principaux indicateurs boursiers :

a) La capitalisation boursière :

La capitalisation boursière d'une société est la valeur de marché de ses capitaux propres. Elle résulte de la multiplication du nombre d'actions composant le capital de la société par le cours de la Bourse. Toutefois, un investisseur désirant acheter d'un seul coup la majorité des actions de la société dans le but d'en détenir le contrôle devra s'acquitter



d'un montant supérieur à cette capitalisation, la différence correspondant à la prime de contrôle.

b) Les indices boursiers :

Ce sont des valeurs calculées par le regroupement des valeurs des titres de plusieurs sociétés. Ils sont des outils statistiques servant à mesurer la performance d'une Bourse ou d'un marché. Pour ce faire l'indice doit être représentatif, fiable et précis.

La performance de la Bourse de Casablanca est mesurée par principaux indices :

-Le **MASI[®] (Moroccan All Shares Index)** flottant est un indice exhaustif qui intègre toutes les valeurs cotées à la Bourse de Casablanca. Il permet de mesurer la performance globale du marché, c'est-à-dire l'évolution quotidienne de la capitalisation boursière flottante due aux variations de cours. La figure qui suit montre les différentes fluctuations qu'a connues cet indice depuis l'année 2002 jusqu'à l'année 2005.

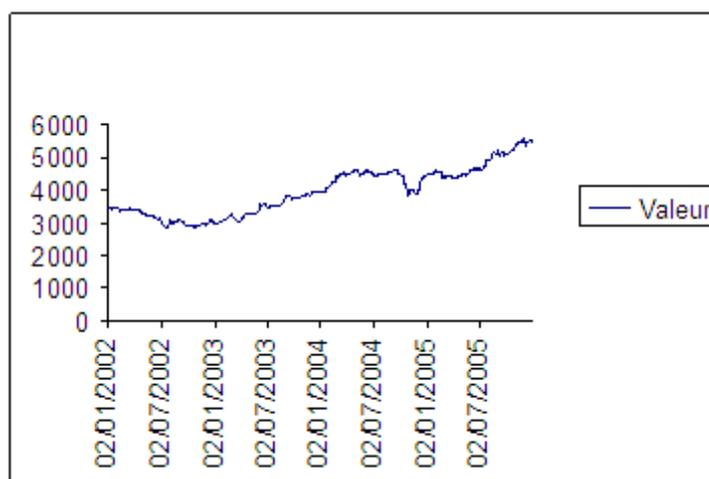


Figure 1.2 L'historique des fluctuations du MASI

- Le **MADEX[®] (Most Active Shares Index)** flottant est un indice compact qui mesure l'évolution quotidienne de la capitalisation boursière due aux variations de cours des valeurs les plus actives et cotées au continu.



-Le **MBI MLT** est un indice compact qui mesure l'évolution quotidienne des obligations à moyen ou à long terme sur le marché. Le graphe qui suit montre les différentes fluctuations qu'a connues cet indice depuis l'année 2002 jusqu'à 2005.

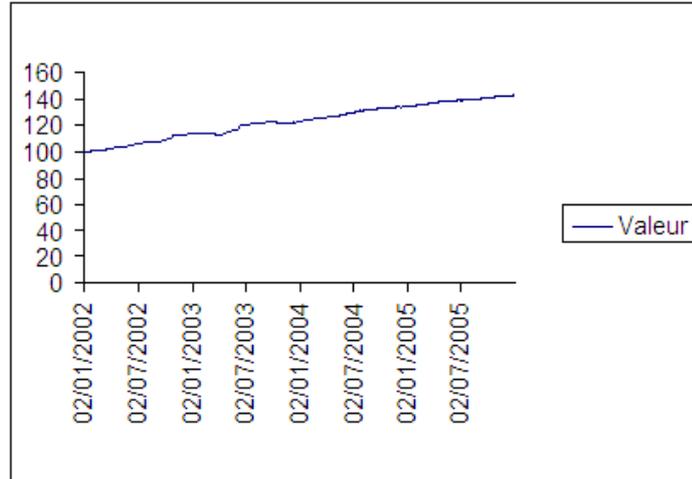


Figure 1.3 L'historique des fluctuations du MBI MLT



CHAPITRE 2 : L'ALLOCATION STRATEGIQUE D'ACTIFS

2.1 L'allocation d'actifs :

L'allocation d'actifs est une stratégie de diversification du portefeuille, qui est présentée maintenant de façon de plus en plus abordable. Elle constitue un processus primordial dans une société de gestion. En effet, pour un gérant, il doit pouvoir démontrer un processus d'investissement d'allocation d'actifs extrêmement clair, qui seul est en mesure de garantir la performance car il va constituer la base assurant le processus d'investissement.

Dans l'allocation d'actifs, on distingue quatre grandes étapes :

i- La première dite stratégique, et sur laquelle porte l'ensemble de ce travail, consiste à définir de manière générale pour l'ensemble d'une clientèle, soit de manière extrêmement spécifique pour chacun des clients une structure de référence appelée benchmark. C'est une structure de référence à moyen et long terme qui doit respecter les objectifs et les contraintes de la gestion. Elle va préciser les notions de volatilité du portefeuille global, en fonction des exigences de chaque client et déterminer la rentabilité que l'investisseur est en droit d'attendre sur la prise du risque qu'il a choisi sur le long terme.

Ainsi, le gérant précisera uniquement les grands axes de la diversification : les pondérations des différents actifs.

ii- La seconde étape est dite allocation d'actif tactique et consiste à intégrer les derniers développements conjoncturels qui vont permettre, par des ajustements à la marge du portefeuille, d'avoir une meilleure performance et de battre le benchmark.

iii- Puis il y a l'étape de la sélection du support dont les études montrent hélas qu'elle n'apporte qu'une valeur ajoutée mineure par rapport aux deux grandes étapes précédentes.

iv- Et pour assurer la performance du portefeuille, une étape vient s'ajouter qui est la vérification, le suivi et le contrôle.



On peut synthétiser ce qui précède dans le schéma suivant :

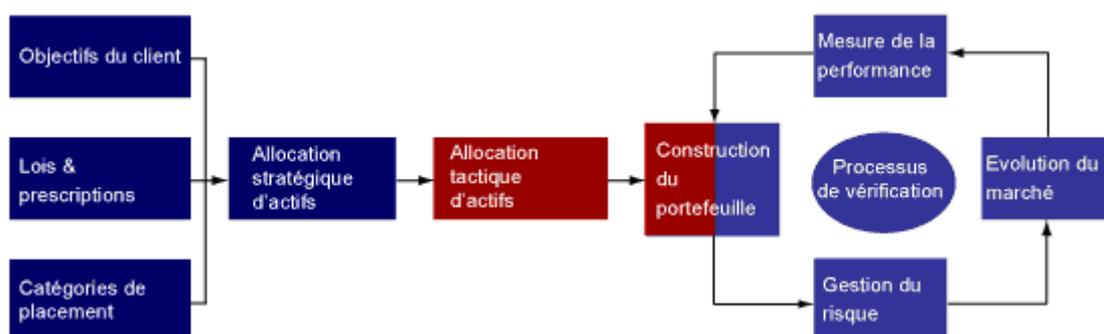


Figure 1.4 Le processus d'un investissement

Le présent travail consiste à déployer la première étape de cette méthodologie. La détermination de l'allocation stratégique d'actifs est un thème central dans la finance moderne, elle constitue le socle de la décision de gestion. Certaines études ont montré que plus de 80% de la performance d'un portefeuille en dépend puisque il constitue l'outil de mesure de la performance du portefeuille réel (*d'après le séminaire de CORSALETTI, Université Paris Dauphine*). Aussi sans choix de benchmark, il ne peut y avoir de fixation pour l'investisseur d'un niveau de risque.

2.2 Description du concept de l'allocation stratégique d'actifs :

L'allocation stratégique d'actifs est un procédé visant à diviser un portefeuille parmi diverses catégories d'actif comme les obligations, les actions ou placements de trésorerie. Entre différents styles de gestion ou différents secteurs ou zones géographiques; chacune de ces catégories ayant des rendements et des risques différents.

Cette allocation peut être générale propre à une catégorie d'investisseur, ou spécifique à un client. Et selon le profil de l'investisseur, le gérant décide des catégories d'actifs à inclure ou à exclure du portefeuille ainsi que leur pondération, dans le but de réduire le risque et de maximiser la rentabilité.

Le portefeuille ainsi obtenu dans les deux cas est un portefeuille de référence appelé également « benchmark ». Malgré cette appellation, il ne correspond pas en réalité à un placement réel. Il est un instrument intangible et objectif de mesure de performance, il



permet de pouvoir donner à l'investisseur les paramètres moyens de rentabilité et de risque de son portefeuille type.

Ainsi définie, l'« allocation stratégique » de référence n'a pas de raison de changer. Elle peut être néanmoins adaptée en fonction des circonstances. C'est ce que l'on appelle l'« allocation tactique », qui tire parti des évolutions de la conjoncture économique et boursière. Lorsque l'investisseur ou son conseiller anticipe un redressement du cycle économique et boursier, il peut renforcer la part la plus risquée prévue dans l'allocation stratégique, c'est-à-dire la part des actions. Et lorsque l'investisseur ou son conseiller estime que la croissance de l'économie va ralentir, éventuellement devenir négative, il réduit la part des actions, risquées par nature, au profit de la part des taux.

2.3 L'effet de diversification :

Un portefeuille composé de plusieurs titres ou classes d'actifs connaîtra un rapport rendement/risque supérieur à un portefeuille composé d'une action ou classe d'actifs. On dit ainsi que le risque est mieux rémunéré grâce à la diversification.

Dès lors, en détenant deux actifs différents, un investisseur peut dans tous les cas bénéficier de l'effet de diversification. Si ces deux actifs varient en sens opposés, les gains annuleront les pertes et l'effet sera maximal. Si les deux actifs varient parfaitement de concert, les pertes s'additionnent et dans ce cas le bénéfice de l'effet de diversification est nul.

Dans l'univers mathématique des marchés financiers, ces actifs suivent chacun une loi de probabilité normale, ce qui les fera évoluer parfois dans le même sens, parfois en sens contraire, avec des amplitudes différentes.

L'existence de cette relation entre les variables est mesurée par le coefficient de corrélation, cependant cette variable ne détermine pas les liens de causalité.

Il désigne la plus ou moins grande dépendance entre deux ou plusieurs variables statistiques. Le coefficient de corrélation varie entre ± 1 ; plus il est proche de 1 en valeur absolue, plus importante est la corrélation (positive ou négative) entre les deux variables.

Le coefficient de corrélation permet notamment de mesurer la relation existante entre la performance de deux fonds, ou celle d'un fonds avec celle de son benchmark.

Si deux variables sont indépendantes, alors leur coefficient de corrélation est nul. Par contre, la réciproque est fautive, sauf pour des lois normales : une valeur nulle signifie que



les deux variables sont indépendantes seulement si les deux variables suivent des lois normales.

Mais généralement, les actifs financiers sont liés entre eux par des coefficients positifs ou faiblement négatifs.

Lorsqu'il y a plus de deux actifs, le problème se complique rapidement car l'effet de diversification doit se mesurer pour chaque paire d'actif. L'indicateur prend alors la forme d'une matrice dite « matrice de covariance » dont la taille peut atteindre plusieurs milliers de lignes et de colonnes.

Le calcul de la perte à un horizon donné peut donc se faire en calculant les pertes individuelles pour une probabilité donnée et en combinant les différentes pertes à l'aide de la matrice de corrélation pour obtenir un total inférieur à la somme des composants, mettant ainsi en évidence l'effet bénéfique de la diversification.

Conclusion :

Avec l'importance de l'allocation stratégique d'actifs au sein d'une société de gestion, une validation empirique s'avère nécessaire voire primordiale pour appuyer le choix du gérant. Pour ce fait, il est indispensable d'avoir recours à des modèles mathématiques.



PARTIE II :

**LES MODELES DE L'ALLOCATION
STRATEGIQUE D'ACTIFS**



Introduction :

Le problème de sélection d'un portefeuille repose sur deux grandes approches pour l'allocation stratégique d'actifs :

La première est la théorie moderne du portefeuille. Cette classique méthode, consiste à choisir un sous ensemble de titres parmi n titres disponibles afin de maximiser le rendement à un niveau de risque donné.

H. Markowitz dans son article « *Portfolio Selection* » en 1952, a proposé le modèle de base de cette approche, connu aussi sous le nom d'approche «Moyenne-Variance» ou «Espérance-variance». D'autres modèles sont proposés dans la littérature, parmi ces modèles: le modèle de *Sharpe*.

Quant à la deuxième approche, elle intègre, dans le modèle d'allocation d'actifs, une contrainte du déficit.

Cette contrainte peut être une rentabilité planchée, soit propre à tout le portefeuille comme c'est le cas dans le modèle de *Roy*, ou propre au surplus du portefeuille ce qui est le cas du modèle de surplus de *Sharpe*.

Aussi, elle peut être une perte maximale à ne pas dépasser sur le montant total de l'investissement dite Value at risk. Cette notion sera explicitée dans le modèle de *Harlow*.



CHAPITRE 1 : THEORIE MODERNE DES PORTEFEUILLES

1.1 Modèle de MARKOWITZ :

Markowitz va aborder la question de la meilleure composition possible d'un portefeuille en terme d'optimalité.

Sa théorie postule que lorsqu'on cherche à répartir son épargne entre différents placements. Les deux seuls critères de choix des supports d'investissement qu'il faut retenir, sont la rentabilité espérée du placement, et le risque associé, mesuré par la variance (ou l'écart type) de cette rentabilité.

1.1.1 Les hypothèses du modèle :

Le modèle développé par Markowitz repose sur les hypothèses suivantes :

- **Aversion au risque** : avant de prendre la décision d'investir, l'agent tient compte de deux paramètres : le gain espéré suite à l'investissement et le risque qui en découle. En supposant la rationalité de l'investisseur, on peut dire que ce dernier privilégiera toujours l'accroissement de sa richesse. A cette hypothèse vient s'ajouter celle de l'aversion au risque qui postule que l'attitude de l'investisseur face au risque est la répulsion. Markowitz affine cette hypothèse en expliquant la différence de perception du risque par les investisseurs par leur degré d'aversion au risque. De ces hypothèses de comportement, on déduit que l'investisseur cherchera toujours à améliorer son gain futur en réduisant son risque.
- **Normalité des rentabilités** : Markowitz suppose que l'évolution des cours sur le marché financier est un phénomène aléatoire décrit par une **loi de probabilité de Laplace-Gauss** ou **loi normale**. Plusieurs travaux ont été effectués pour la détermination de la loi de distribution des rendements des titres et il en résulte que, pour les grands marchés financiers, la loi normale en est une très bonne approximation. (*D'après Marchés financiers, Gestion des portefeuilles de B.JACQUILLAT et B.SOLNIK*)



- **Approche moyenne-variance** : La normalité des rentabilités justifie l'utilisation de la moyenne comme mesure de la rentabilité espérée et de la variance comme mesure du risque. Il résulte des deux hypothèses précédentes que l'investisseur, pour la construction de son portefeuille, cherchera à maximiser la moyenne de son portefeuille tout en minimisant sa variance.
- **Efficiences des marchés** :

Le concept d'efficacité des marchés financiers a au moins trois dimensions : L'efficacité informationnelle, le comportement rationnel des acteurs sur le marché et l'efficacité organisationnelle.

- Efficacité informationnelle :

Un marché sera informationnellement efficace si l'ensemble des informations pertinentes à l'évaluation des actifs financiers qui sont négociés se trouve instantanément reflétés dans les cours ; seuls les investisseurs qui disposent d'informations privilégiées peuvent prétendre pouvoir réaliser des gains anormaux de manière suivie.

- Comportement rationnel des acteurs sur le marché :

Dans le jargon économique d'aujourd'hui, on dirait que les marchés financiers sont efficaces dans la mesure où les prix des actifs qui y sont cotés sont uniquement fonction des anticipations rationnelles qu'ont les investisseurs de leurs revenus futurs.

- Efficacité fonctionnelle :

La troisième dimension de l'efficacité des marchés financiers concerne les fonctions proprement économiques de l'industrie financière. On se demande ici si cette dernière assure les fonctions financières (mobilisation de l'épargne vers les emplois les plus productifs par exemples) de manière performante et efficace.

1.1.2 Modélisation mathématique :

Un portefeuille de valeurs mobilières est défini formellement par l'ensemble des poids (en pourcentage) que chacune des valeurs représente dans la valeur totale, et l'on note



ces poids par w_j pour chaque actif j , pour $j = 1 \dots N$ dans le cas de N actifs disponibles sur le marché des valeurs mobilières avec :

$$\sum_{j=1}^N w_j = 1$$

La rentabilité du portefeuille correspondant à l'allocation d'actifs est notée R , définie simplement par la moyenne pondérée des rentabilités de chaque titre :

$$R = \sum_{j=1}^N w_j R_j$$

Avec R_j : la rentabilité de l'actif j

Si le couple rentabilité-risque de chaque titre est caractérisé par l'espérance et la variance de R_j , notés $(E(R_j), \text{var}(R_j))$, on obtient comme couple rentabilité-risque du portefeuille le couple noté $(E(R), \text{var}(R))$, où

$$\begin{cases} E(R) = \sum_{j=1}^N w_j E(R_j) \\ \text{var}(R) = \sum_{i,j} w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j) \end{cases}$$

$$\text{Avec } \text{cov}(R_i, R_j) = (1/T) \sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)$$

T étant le nombre de périodes de l'horizon où on calcule la covariance.

\bar{R}_i : La moyenne arithmétique des taux de rentabilité périodiques de l'actif i .

R_{it} la rentabilité de l'actif i au cours de la période t .

Le critère de Markowitz est le suivant :

Une allocation d'actifs \tilde{w} ayant \tilde{R} comme rentabilité est dite optimale si et seulement s'il n'existe pas de portefeuille w tel que :

$$E(R) \geq E(\tilde{R}) \text{ et } \text{var}(R) < \text{var}(\tilde{R})$$

Ainsi, il s'agit d'un problème d'optimisation. De fait, la recherche de l'espérance de rentabilité la plus élevée pour un niveau de variance donné, niveau noté σ^2 , revient à résoudre le programme d'optimisation



$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{w_j\}} E(R) \\ s.c. \\ \text{var}(R) = \sigma^2 \\ \sum_{j=1}^N w_j = 1 \end{array} \right. \quad (1-1)$$

qui est appelé le programme d'optimisation de Markowitz, et on peut également écrire ce programme d'une autre manière, où l'on cherche la variance la plus faible possible qui permette d'atteindre une rentabilité espérée ν , qui s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\{w_j\}} \text{var}(R) \\ s.c \\ E(R) = \nu \\ \sum_{j=1}^N w_j = 1 \end{array} \right. \quad (1-2)$$

1.1.3 Résolution du programme :

La résolution du programme d'optimisation (1-1) ou (1-2) conduit à l'obtention de l'ensemble des portefeuilles optimaux en moyenne-variance, ou MV-optimaux, ensemble appelé la frontière de Markowitz ou la frontière efficiente, et qui est une parabole dans le plan espérance-variance, ou une hyperbole dans le plan espérance-écart-type.

a) La frontière efficiente :

Cet ensemble d'opportunités représente tous les portefeuilles pour lesquels il n'existe pas, simultanément, un rendement espéré plus élevé et un risque plus faible, cela est représenté sur le graphe de la frontière efficiente suivant:

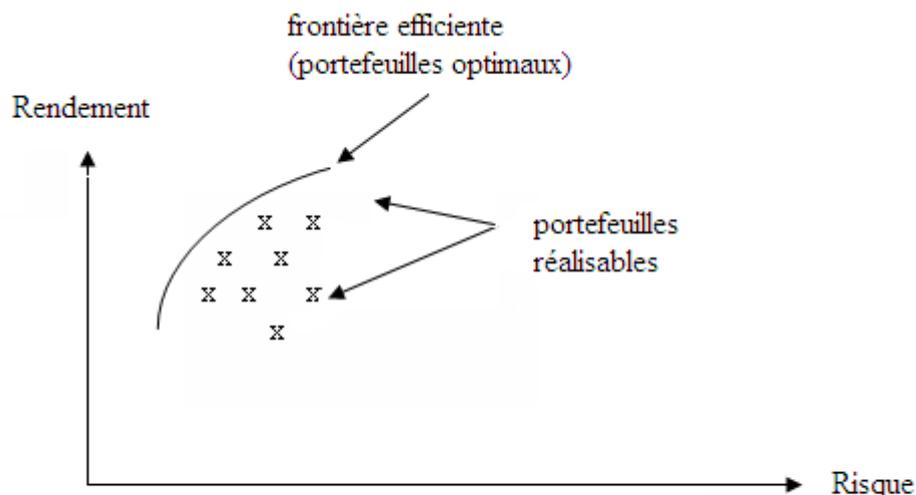


Figure 2.1 Représentation de la frontière efficiente

b) La résolution du programme :

En effet, pour résoudre le programme d'optimisation de Markowitz, il est nécessaire, de manière usuelle, d'écrire le lagrangien noté L du programme puis d'annuler son gradient. Le lagrangien du programme, dans sa forme (1-1), est :

$$L = E(R) - \lambda(\text{var}(R) - \sigma^2) - \mu\left(\sum_{j=1}^N w_j - 1\right)$$

où λ est le multiplicateur de Lagrange correspondant à la contrainte qui fixe le niveau de variance, et μ le multiplicateur de la contrainte qui assure que la somme des poids de chaque titre est bien égale à 1.

La première condition d'optimalité est l'annulation du gradient qui fournit les points critiques du lagrangien « L ». Elle s'écrit comme la dérivée partielle du lagrangien par rapport aux poids des titres :

$$\frac{\partial L}{\partial w_j} = 0 \quad j = 1, \dots, N$$

Soit la résolution du système :

$$E(R_j) = \mu + 2\lambda \sum_{i=1}^N \tilde{w}_i \text{cov}(R_j, R_i) \quad j=1, \dots, N$$

Posons : $\text{cov}(R_j, R_i) = \sigma_{ji}$



Ce qui revient à résoudre :

$$\begin{pmatrix} 2\lambda\sigma_{11} & 2\lambda\sigma_{12} & \dots & 2\lambda\sigma_{1N} & 1 \\ 2\lambda\sigma_{21} & 2\lambda\sigma_{22} & \dots & 2\lambda\sigma_{2N} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2\lambda\sigma_{N1} & 2\lambda\sigma_{N2} & \dots & 2\lambda\sigma_{NN} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{w}_1 \\ \tilde{w}_2 \\ \dots \\ \tilde{w}_N \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \dots \\ E(R_N) \\ 1 \end{pmatrix}$$

où \tilde{w}_i représente le poids optimal de l'actif i dans le portefeuille solution du programme de Markowitz. (Pour s'assurer de cette optimalité, la deuxième condition est de calculer la dérivée seconde du lagrangien)

En notant \tilde{R} la rentabilité de ce portefeuille optimal tel que $\tilde{R} = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_i R_i$, il vient que :

$$\sum_{i=1}^N \tilde{w}_i \text{cov}(R_j, R_i) = \text{cov}(R_j, \sum_{i=1}^N \tilde{w}_i R_i)$$

Donc :

$$E(R_j) = \mu + 2\lambda \text{cov}(R_j, \tilde{R}) \quad j=1, \dots, N \quad (1-3)$$

Pour pouvoir résoudre le programme de Markowitz et expliciter davantage la signification du système de relations (1-3), il est nécessaire d'obtenir la valeur des multiplicateurs de Lagrange λ et μ . Ceci est effectué de la manière suivante :

- Pour le multiplicateur μ , on cherche un actif z tel que $\text{cov}(R_z, \tilde{R}) = 0$. Si cet actif existe, alors, dans ce cas, on aura $E(R_z) = \mu$. Autrement dit, la quantité μ représente financièrement la rentabilité d'un actif de covariance nulle (ou zéro-covariant, d'où le choix de z) avec le portefeuille optimal.
- Pour le multiplicateur λ , on cherche à éliminer le terme en covariance. Pour cela, on remplace la rentabilité de tout actif j par celle du portefeuille optimal lui-même (si la relation (1-3) est vraie pour tout j , elle l'est aussi pour le portefeuille optimal composé des actifs j). Dans ce cas, la relation (1-3) devient :

$$\lambda = \frac{E(\tilde{R}) - \mu}{2 \text{var}(\tilde{R})}$$



La quantité λ représente donc une sorte de prime de risque par un niveau de risque, c'est à dire la surperformance du portefeuille optimal par rapport à la rentabilité μ .

On obtient finalement la relation équivalente à (1-3):

$$E(R_j) - \mu = \frac{\text{cov}(R_j, \tilde{R})}{2 \text{var}(\tilde{R})} (E(\tilde{R}) - \mu) \quad j=1, \dots, N$$

qui exprime la surperformance de tout actif comme un multiple de celle du portefeuille optimal moyennant un coefficient $\text{cov}(R_j, \tilde{R}) / \text{var}(\tilde{R})$.

1.1.4 Modèle simplifié :

Dans le modèle qu'on va utiliser, on va prendre un marché formé de 2 actifs risqués : des actions et des obligations. Cette donnée simplifie énormément les calculs car on verra que la recherche de l'équation de la frontière efficiente et des portefeuilles optimaux ne nécessite plus l'utilisation des multiplicateurs de Lagrange et l'inversion de la matrice de variances/covariances, comme c'est le cas lorsqu'il y a plus de 2 actifs risqués.

En fixant x comme étant la part du portefeuille investie dans l'action, la proportion investie dans l'obligation sera égale à $(1-x)$.

Soit :

$R_A(t)$: variable aléatoire "taux de rendement continu annualisé obtenu par l'action sur t années", de moyenne $E_A(t)$ et de variance $V_A(t)$

$R_O(t)$: variable aléatoire "taux de rendement continu annualisé obtenu par l'obligation sur t années", de moyenne $E_O(t)$ et de variance $V_O(t)$.

On peut calculer simplement la moyenne et la variance de notre portefeuille de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E_P(t) &= E(R_P(t)) \\ &= x E(R_A(t)) + (1-x) E(R_O(t)) \\ &= x E_A(t) + (1-x) E_O(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_P(t) &= \text{Var}(R_P(t)) \\ &= x^2 V_A(t) + (1-x)^2 V_O(t) + 2x(1-x) \text{Cov}(R_A(t), R_O(t)) \end{aligned}$$

Avec la première équation, on peut exprimer x à partir de $E_P(t)$, $E_A(t)$, $E_O(t)$:

$$x = (E_P(t) - E_O(t)) / (E_A(t) - E_O(t))$$



Puis en substituant dans l'expression de $V_p(t)$, on obtient une relation entre l'espérance de la variance des portefeuilles :

$$\begin{aligned} \text{Var}_p(t) &= \sigma_p(t)^2 \\ &= [(E_P(t) - E_O(t))^2 V_A(t) + (E_A(t) - E_P(t))^2 V_O(t) + 2(E_P(t) - E_O(t))(E_A(t) - E_P(t)) \\ &\quad \text{Cov}(R_A(t), R_O(t))] / (E_A(t) - E_O(t))^2 \end{aligned}$$

De cette équation on peut calculer la volatilité d'un portefeuille correspondant à une espérance donnée, donc il est plus simple de tracer la frontière efficiente.



1.2 Modèle de SHARPE :

Le problème de l'estimation des très nombreuses quantités nécessaires à la résolution du programme de Markowitz est simplifié en introduisant un modèle linéaire à indice de marché, ou modèle de marché des actifs risqués, dont le principe est une diagonalisation de la matrice de variance covariance. Ce modèle est élaboré par *William Sharpe* dont le développement est le suivant :

En considérant les mêmes hypothèses ainsi que la même notation que dans le modèle de Markowitz, on suppose par ailleurs que le rendement de R_j de chaque actif j est lié linéairement à un indice de marché noté I .

En d'autres termes : $R_j = \alpha_j + \beta_j I + \varepsilon_j$ où :

α_j : Valeur espérée de R_j lorsque I est nul, elle peut être positive, négative ou nulle.

β_j : Paramètre propre à chaque actif j et indique la relation qui existe entre les fluctuations de cet actif et celles de l'indice général du marché, c'est le coefficient de volatilité.

ε_j : Paramètre spécifique à l'actif j .

I et ε_j constituent des variables aléatoires ayant les propriétés suivantes :

$$E(\varepsilon_j) = 0$$

$$\text{Var}(\varepsilon_j) = \text{constante}$$

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$$

$I = \alpha_{N+1} + v_{N+1}$ où v_{N+1} est une variable aléatoire telle que :

$E(v_{N+1}) = 0$ et $V(v_{N+1}) = \text{constante}$

$$= \sigma_{N+1}^2$$

Dans ce cas :

$$R = \sum_{j=1}^N w_j R_j$$

$$R = \sum_{j=1}^N w_j (\alpha_j + \beta_j I + \varepsilon_j)$$

$$R = \sum_{j=1}^N w_j (\alpha_j + \varepsilon_j) + \sum_{j=1}^N w_j \beta_j I$$



Dès lors :

$$E(R) = E\left[\sum_{j=1}^N w_j (\alpha_j + \varepsilon_j) + \sum_{j=1}^N w_j \beta_j I\right]$$

$$= \sum_{j=1}^N w_j E(\alpha_j) + \sum_{j=1}^N w_j E(\varepsilon_j) + \sum_{j=1}^N w_j \beta_j E(\alpha_{N+1} + v_{N+1})$$

Le poids de l'indice du marché est défini par la relation:

$$w_{N+1} = \sum_{j=1}^N w_j \beta_j \quad \text{dans ce cas, comme } E(\varepsilon_j) = 0 :$$

$$E(R) = \sum_{j=1}^N w_j \alpha_j + 0 + w_{N+1} [E(\alpha_{N+1} + v_{N+1})]$$

$$= \sum_{j=1}^N w_j \alpha_j + 0 + w_{N+1} \alpha_{N+1} \quad \text{car } E(v_{N+1}) = 0$$

$$\text{Finalement : } E(R) = \sum_{j=1}^{N+1} w_j \alpha_j$$

$$\text{De même : } \text{Var}(R) = \text{Var} \left[\left(\sum_{j=1}^N w_j (\alpha_j + \varepsilon_j) + \sum_{j=1}^N w_j \beta_j I \right) \right]$$

$$= \sum_{j=1}^N w_j^2 \text{Var}(\alpha_j) + \sum_{j=1}^N w_j^2 \text{Var}(\varepsilon_j) + \sum_{j=1}^N w_j^2 \beta_j^2 \text{Var}(\alpha_{N+1} + v_{N+1})$$

Or, la variance d'une constante (comme α_j) est égale à 0.

En outre, on note $Q_j = \text{Var}(\varepsilon_j)$. De plus on sait que : $Q_{N+1} = \text{Var}(v_{N+1})$

Donc :

$$\text{Var}(R) = \sum_{j=1}^N w_j^2 Q_j + X_{N+1}^2 Q_{N+1} \quad \text{car } \text{Var}(\alpha_{N+1}) = \text{V}(\text{constante})$$

$$= 0$$

$$\text{Finalement : } \text{Var}(R) = \sum_{j=1}^{N+1} w_j^2 Q_j$$

Dans ce contexte la dérivée partielle du lagrangien par rapport aux poids des titres donne le système suivant :

$$\alpha_j = \mu + 2\lambda \sum_{j=1}^{N+1} \tilde{w}_j Q_j \quad j=1 \dots N+1$$



Soit matériellement :

$$\begin{pmatrix} 2\lambda Q_1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 2\lambda Q_2 & \dots & 0 & 1 \\ \dots & & \dots & & \\ 0 & 0 & \dots & 2\lambda Q_{N+1} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{w}_1 \\ \tilde{w}_2 \\ \dots \\ \tilde{w}_{N+1} \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_{N+1} \\ 1 \end{pmatrix}$$

La résolution de ce système passe alors par l'inversion d'une matrice beaucoup plus simple à inverser que précédemment.

1.3 Les limites des modèles « moyenne-variance » :

Les hypothèses sur lesquelles se basent les modèles ne sont pas véritablement réalisables même au sein du marché marocain. Plusieurs universitaires se sont attelés à déterminer l'existence de quelques anomalies dont :

a- Le degré d'aversion au risque n'est pas aussi le même pour tous les investisseurs, il semble que quelques uns soient plus aptes au risque que d'autres.

b- Le poids du passé n'est pas toujours correctement pris en compte : établissement de données biaisées.

c- Le marché est parfois irrationnel. En effet, l'évolution du marché est la conséquence d'une multitude de raisonnements rationnels (des intervenants) qui n'aboutissent pas forcément à une tendance rationnelle. Le simple fait que le marché fonctionne grâce à la confrontation d'offres et de demandes, et donc d'anticipations inverses montre les possibilités d'irrationalité du marché.

D'autre part, les modèles moyenne-variance ne donnent pas un portefeuille optimal précis mais une frontière efficiente.



CHAPITRE 2 : APPROCHE AVEC INTEGRATION D'UNE CONTRAINTE

Vu les limitations que présentent les modèles précédents, un critère supplémentaire de décision doit être ajouté au programme d'optimisation pour pouvoir se déterminer sur l'un des portefeuilles MV-optimaux précisés par la frontière efficiente. Ce critère n'est pas inclus dans la théorie de Markowitz ou de Sharpe.

2.1 Modèle de ROY :

Roy introduit une contrainte sur la rentabilité du portefeuille. Il s'agit de fixer un taux de rentabilité minimum pour le portefeuille.

Les rendements des actifs étant aléatoires, il n'est donc pas possible d'atteindre un taux minimum dans 100% des cas simulés.

2.1.1 Modélisation mathématique :

L'objectif du modèle est d'atteindre un taux minimum de rentabilité noté $r(t)$ avec un seuil de risque maximum α fixé. Cette contrainte s'écrit ainsi :

$$P(R_p(t) < r(t)) \leq \alpha$$

(Voir le *Mémoire d'Actuariat* présenté en novembre 2002 devant l'Université Paris Dauphine et l'Institut des Actuaire p 58)

Ce qui revient à écrire :

$$P\left(\frac{R_p(t) - E_p(t)}{\sigma_p} < \frac{r(t) - E_p(t)}{\sigma_p(t)}\right) \leq \alpha$$

On obtient l'inégalité suivante :

$$E_p(t) \geq -q_\alpha^{N(0,1)} * \sigma_p(t) + r(t) \quad (2-1)$$

où $q_\alpha^{N(0,1)}$ est le quantile d'ordre α de la loi normale centrée réduite.

On définit la droite d'équation (D) appelé droite de déficit :

$$E_p(t) = -q_\alpha^{N(0,1)} * \sigma_p(t) + r(t)$$

et le demi-plan (P) d'équation (2-1)



Par définition, le demi-plan (P) représente l'ensemble des points satisfaisant la contrainte de rentabilité, la droite (D) représente l'ensemble des points pour lesquels la contrainte de rentabilité est satisfaite et où la probabilité de ne pas atteindre le taux de rendement minimum est exactement égale au niveau de risque choisi. On choisira donc les portefeuilles efficients de (D) s'ils en existent, ceux de (P) sinon. S'il n'existe pas de portefeuille efficient dans le demi-plan (P), alors on choisit de tout investir dans l'actif le moins risqué.

On peut représenter les trois situations précédentes dans le plan (E, σ) avec les schémas suivants :

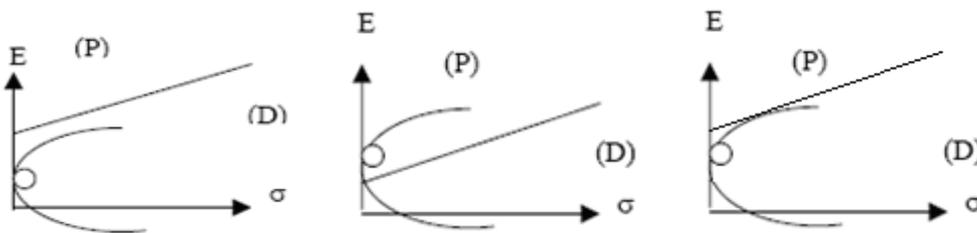


Figure 2.2 Les différentes solutions possibles du problème de Roy

2.1.2 Résolution mathématique:

On considère pour la résolution du modèle deux classes d'actifs les actions (A) et les obligations (O).

Soit R_a la rentabilité espérée de l'actif actions et σ_a sa volatilité.

Soit R_o la rentabilité espérée de l'actif obligations et σ_o sa volatilité.

Soit ρ_{ao} la corrélation action / obligation.

Soit S_m la rentabilité minimale imposée par l'investisseur.

On a la matrice de covariance suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_a \sigma_o \rho_{ao} \\ \sigma_a \sigma_o \rho_{ao} & \sigma_o^2 \end{pmatrix}$$

Donc on a la matrice inverse suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{\sigma_o^2}{\sigma_a^2 \sigma_o^2 - \sigma_a^2 \sigma_o^2 \rho_{ao}^2} & \frac{-\sigma_a \sigma_o \rho_{ao}}{\sigma_a^2 \sigma_o^2 - \sigma_a^2 \sigma_o^2 \rho_{ao}^2} \\ \frac{-\sigma_a \sigma_o \rho_{ao}}{\sigma_a^2 \sigma_o^2 - \sigma_a^2 \sigma_o^2 \rho_{ao}^2} & \frac{\sigma_a^2}{\sigma_a^2 \sigma_o^2 - \sigma_a^2 \sigma_o^2 \rho_{ao}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$



On définit les coefficients a , b , c qui représentent les coefficients de la frontière efficiente de Markowitz, par les relations suivantes :

$$a = (R_a * ((A * R_a) + (B * R_o)) + (R_o * ((C * R_o) + (D * R_a)))$$

$$b = R_a * (A + B) + R_o * (C + D)$$

$$c = A + B + C + D$$

La frontière efficiente de Markowitz présente une rentabilité minimale seuil c'est-à-dire qu'on ne peut pas espérer une rentabilité minimale supérieure à celle-ci. Graphiquement, c'est la rentabilité du point correspondant à l'optimum de la parabole. Analytiquement, elle est définie par la relation :

$$\text{Rentabilité seuil} = b/c$$

De la même façon on définit la volatilité seuil :

$$\text{Volatilité} = 1 / \sqrt{c}$$

Donc la rentabilité de portefeuille de *ROY* sera définie par la relation suivante :

$$R_{ROY} = (a - (S_m * b)) / (b - (S_m * c))$$

Et la volatilité du portefeuille de *Roy* :

$$V_{ROY} = (((R_{ROY}^2 * c) - (R_{ROY} * b) + a) / (ac - b^2))^{0,5}$$



2.2 Modèle de surplus de SHARPE

Ce modèle est l'un des modèles de gestion actif / passif basés sur la notion du surplus.

Il est issu du modèle moyenne-variance de Markowitz. Il permet de déterminer l'allocation optimale des actifs, en tenant compte des engagements futurs probables de l'investisseur principalement les investisseurs institutionnels.

Cette allocation optimale est déterminée en maximisant le rendement du portefeuille sur un horizon donné à risque de perte fixé, cela en intégrant des contraintes d'assurance : contraintes contractuelles des passifs et contraintes réglementaires.

La méthode de *Sharpe* est une approche basée sur le principe que pour gérer efficacement le portefeuille représentant l'engagement d'un investisseur, par exemple une assurance à pour engagement un contrat de prévoyance, il ne faut pas seulement tenir compte de l'actif, mais également du passif.

Ainsi la contrainte qu'il intègre est celle d'une rentabilité minimale du surplus.

2.2.1 Présentation générale :

- Le passif :

Il s'agit du montant des engagements de l'investisseur, dans le cas d'un assureur, ce sont les montants estimés et les dates de paiement précisées dès la souscription du contrat.

Le montant du passif est lié au taux d'actualisation, qu'on considère par la suite comme le taux de rentabilité du passif. On note R_P le taux de rentabilité du passif et on admettra que R_P suit une loi normale d'espérance \bar{R}_P et de variance σ_P supposées connues.

-L'actif :

C'est le montant de la prime perçue. Il est investi dans un portefeuille et est censé fructifier afin que l'investisseur puisse faire face à ses engagements.



Afin de simplifier la modélisation, on ne distingue que deux types d'actifs : les actions et les obligations ($N=2$).

On dispose donc de l'actif :

- D'une action synthétique représentative de l'ensemble des actions qu'un investisseur peut détenir en portefeuille, en proportion α . Elle est supposée avoir une rentabilité R_A et on admet que R_A suit une loi normale d'espérance \bar{R}_A et de variance σ_A supposées connues.
- D'une obligation en proportion $1-\alpha$ dont la rentabilité est notée R_O et on admet que R_O suit une loi normale d'espérance R_O et de variance σ_O supposées connus.

La rentabilité du portefeuille s'écrira donc :

$$R_{Pf} = \alpha R_A + (1-\alpha) R_O$$

- Le surplus

Le surplus à l'instant t est défini comme l'écart entre le montant de l'actif à l'instant t et la valeur de l'engagement de l'investisseur au même instant.

On suppose que lorsque le surplus est positif, il est investi au même taux que l'actif du portefeuille.

La rentabilité du surplus est notée R_S , et on admet que R_S est gaussienne, d'espérance \bar{R}_S et de variance σ_S .

On note FR le ratio de financement (ou ratio de capitalisation)

$$FR = \text{Actif} / \text{Passif}$$

2.2.2 Modélisation mathématique :

L'ultime objectif de la méthode est de maximiser la rentabilité du surplus tout en assurant les engagements.

En fait, les gérants peuvent se permettre de voir le niveau du surplus des contrats qu'ils gèrent diminuer (donc avoir une rentabilité négative) dans une certaine limite.

Cette limite dépend de nombreux facteurs comme le ratio de financement actuel, la rentabilité du fonds les années passées et surtout le niveau de financement nécessaire pour éviter de terminer avec un résultat négatif.



• Sachant cela, on peut établir une contrainte sur le surplus : « la probabilité que la rentabilité du surplus soit inférieure à l doit être inférieure à p », ce qu'on peut écrire :

$$P(R_s < l) < p \Leftrightarrow P\left(\frac{R_s - \bar{R}_s}{\sigma_s} < \frac{l - \bar{R}_s}{\sigma_s}\right) < p$$

Or, $R_s = FR * R_{pf} - R_p$ avec R_s qui suit une loi normale $N(\bar{R}_s, \sigma_s)$

Donc

$$P(R_s < l) \Leftrightarrow P\left(N(0,1) < \frac{l - \bar{R}_s}{\sigma_s}\right) < p$$

ce qui conduit à l'inéquation suivante :

$$P(R_s < l) < p \Leftrightarrow -q_p^{N(0,1)}$$

Avec $q_p^{N(0,1)}$ le quantile d'ordre p de la loi normale centrée réduite.

σ_s étant positif, on peut également écrire :

$$P(R_s < l) < p \Leftrightarrow \bar{R}_s > l + \sigma_s$$

Mais comme \bar{R}_s est fonction de R_{pf} ($R_s = FR * R_{pf} - R_p$), donc de α , R_A et R_O

car $R_{pf} = \alpha R_A + (1-\alpha) R_O$, on note φ la fonction qui détermine \bar{R}_s :

$$\bar{R}_s = \varphi(\alpha, \bar{R}_A, \bar{R}_O)$$

De plus σ_s est fonction de σ_{pf} car $\sigma_s^2 = FR^2 \sigma_{pf}^2 + \sigma_p^2 - 2 * FR * \text{cov}(R_{pf}, R_p)$,

donc de α , σ_A , et de $\text{cov}(R_A, R_O)$ car $\sigma_{pf}^2 = \alpha^2 \sigma_A^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_O^2 + 2\alpha(1-\alpha)\text{cov}(\bar{R}_A, \bar{R}_O)$

mais également de $\text{cov}(R_{pf}, R_p)$ donc de $\text{cov}(R_A, R_p)$ et $\text{cov}(R_O, R_p)$,

on note ψ la fonction qui détermine σ_s :

$$\sigma_s = \psi(\alpha, \sigma_A, \text{cov}(R_A, R_p), \text{cov}(R_O, R_p))$$

Par conséquent, on obtient une inéquation du type:

$$\varphi(\alpha, \bar{R}_A, \bar{R}_O) > l + q_p^{N(0,1)} \psi(\alpha, \sigma_A, \text{cov}(R_A, R_p), \text{cov}(R_O, R_p))$$

2.2.3 Résolution :

L'inéquation précédente définit le demi-plan (P) correspondant aux portefeuilles qui remplissent la contrainte de rentabilité minimale sur le surplus. Ce demi-plan contient la frontière efficiente de Markowitz mais qui porte sur le surplus. Ainsi on travaille dans une structure de rentabilité et écart type du surplus. (P) est borné par la droite dont l'intersection avec la frontière efficiente du surplus présente le portefeuille efficient.



2.3 Modèle de HARLOW :

Le modèle qu'a établi Harlow incorpore directement le risque de perte dans l'allocation. Le portefeuille optimal est sélectionné en maximisant les revenus attendus sur les portefeuilles candidats et en tenant compte du critère de déficit.

2.3.1 Value at Risk : Mesure de risque

a) Définition :

Le risque de perte est mesuré par la **Value at Risk** ou **VaR** qui est une notion utilisée généralement pour mesurer la perte potentielle maximale d'un investisseur sur la valeur d'un actif ou d'un portefeuille d'actifs financiers compte tenu d'un horizon de détention et d'un intervalle de confiance.

b) Principales caractéristiques :

La VaR d'un portefeuille dépend essentiellement de trois paramètres :

- La distribution des résultats des portefeuilles : souvent cette distribution est supposée normale, mais beaucoup d'acteurs financiers utilisent des distributions historiques. La difficulté réside dans la taille de l'échantillon historique : s'il est trop petit, les probabilités de pertes élevées sont peu précises, et s'il est trop grand, la cohérence temporelle des résultats est perdue (on compare des résultats non comparables).
- le niveau de confiance choisi (95% ou 99 % en général). C'est la probabilité que les pertes éventuelles du portefeuille ou de l'actif ne dépassent pas la Value at Risk, par définition.
- l'horizon temporel choisi: ce paramètre est très important car plus l'horizon est long plus les pertes peuvent être importantes.

D'une manière générale, la VaR donne une estimation des pertes qui ne devrait pas être dépassée sauf événement extrême sur un portefeuille pouvant être composé de différentes classes d'actifs. Elle donne en un seul chiffre le montant à risque d'un portefeuille.



La VaR permet aussi d'analyser un portefeuille en extrayant les actifs qui contribuent le plus à la VaR, autrement dit les actifs qui ajoutent du risque au portefeuille. Par exemple, la mVaR, ou VaR marginale, peut être définie comme la différence des VaR du portefeuille avec et sans l'actif considéré.

c) Représentation formelle :

Mathématiquement, la VaR est définie de manière implicite, à partir de la distribution du rendement de l'actif considéré sur la période considérée. Soit c le niveau de confiance, et soit r le rendement réalisé par l'actif. La VaR (c) est telle que: $1-c = \Pr(\text{VaR} < r)$. La VaR ainsi définie est la perte qui a une probabilité $1-c$ d'être pire que la rentabilité du portefeuille ou de l'actif. Autrement dit, c'est le quantile $1-c$ de la distribution du rendement du portefeuille ou de l'actif.

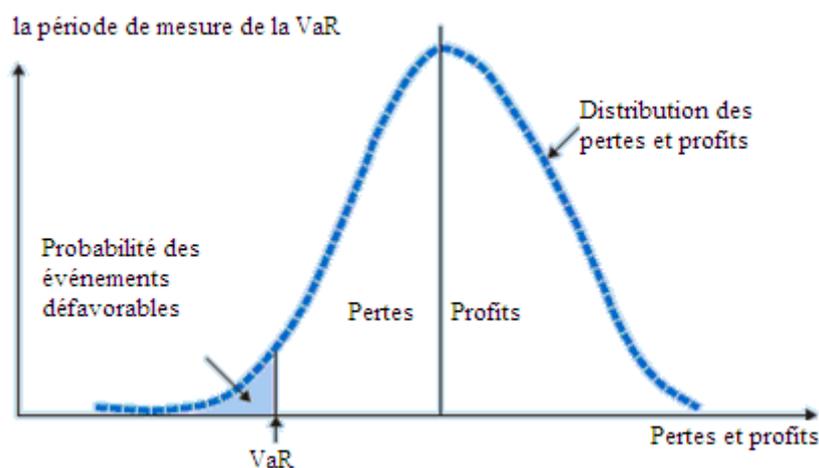


Figure 2.3 : Représentation graphique de la VaR

d) Les principales méthodes de calcul :

La méthode de calcul est déterminée par la distribution choisie pour modéliser les pertes et profits du portefeuille. Les méthodes les plus utilisées sont :

-L'analyse historique

On fait l'hypothèse que la distribution des rendements observée à partir des données historiques se reproduira à l'avenir. Plus concrètement, la détermination de la VaR se déroule comme suit:



- Calculer la valeur actuelle du portefeuille.

- Recueillir les rendements historiques pour chaque facteur de risque impliqué (cours des actions, taux de change, etc.).

- Calculer les valeurs «historiques» des pertes et profits du portefeuille; les ranger par ordre croissant.

- Calculer la VaR, en fonction du niveau de confiance et du nombre de données historiques utilisées.

-La méthode variance-covariance :

On fait l'hypothèse que les rendements du portefeuille et des facteurs de risque ont des distributions normales. Même si cette hypothèse n'est pas empiriquement justifiée, elle permet de simplifier énormément les calculs. Voici ses principales étapes:

- Calculer la valeur actuelle de la moyenne μ_T et de l'écart type σ_T de la distribution.

- La VaR du portefeuille est donnée par :

$$VaR(T, c) = \mu_T + q_{1-c}^{N(0,1)} * \sigma_T$$

où $q_{1-c}^{N(0,1)}$ est égal à 1.65 si le niveau de confiance est 95 % et égal à 2.33 si le niveau de confiance est 99%.

-La simulation Monte Carlo

On choisit une distribution pour le rendement futur de chaque facteur de risque, après avoir pris soin de valider ces choix par des tests statistiques adéquats. A partir des modèles choisis, on simule un grand nombre de scénarios futurs à l'aide d'un ordinateur. Les résultats de ces simulations sont ensuite utilisés pour estimer la distribution des pertes et profits du portefeuille et pour calculer la VaR.



2.3.2 Modélisation mathématique du problème :

On présente dans cette section la construction du portefeuille avec une VaR limite pour un horizon déterminé. En d'autre terme, on constitue un portefeuille optimal tel que le maximum de perte espéré ne dépassera pas la VaR. L'utilisation de la VaR comme une mesure de risque permet de connaître le degré d'aversion au risque.

Soit $W(0)$ le montant à investir pendant l'horizon T . On peut tenir compte d'un autre montant de liquidité B : emprunt ($B > 0$), ou prêt ($B < 0$). On suppose investir dans N actifs où w_j est la proportion du montant investie dans les titres risqués et $P_{j,t}$ le prix correspondant à l'actif j à l'instant t .

On définit la valeur initiale du portefeuille par l'équation :

$$W(0) + B = \sum_{j=1}^N w_j P_{j,0} \quad (2-2)$$

Soit r_f le taux avec lequel l'investisseur va prêter ou emprunter le montant B sur la période T .

On note VaR^* la VaR désirée pour un niveau de confiance c .

On formule la contrainte de Harlow par :

$$P(W(0) - W(T) \geq VaR^*) \leq (1-c) \quad (2-3)$$

On note la rentabilité espérée r_p du portefeuille p , le gain espéré de l'investissement se définit par la relation suivante:

$$W(T) = (W(0) + B)(1 + r_p) - B(1 + r_f)$$

On substitue B dans cette dernière équation en utilisant la relation (2-2), on obtient :

$$W(T) = W(0)(1 + r_f) + \left(\sum_{j=1}^N w_j P_{j,0} \right) (r_p - r_f) \quad (2-4)$$

On remplace $W(T)$ dans (2-3) par (2-4) :

$$P\left(r_p \leq r_f - \frac{VaR^* + W(0)r_f}{\sum_{j=1}^N w_j P_{j,0}}\right) \leq (1-c)$$

On obtient la relation suivante :

$$\sum_{j=1}^N w_j P_{j,0} = \frac{VaR^* + W(0)r_f}{r_f - q_{1-c}^{N(0,1)}} \quad (2-5)$$

On substituant dans la relation (2-4), on a:



$$W(T) = W(0)(1 + r_f) + \frac{r_p - r_f}{r_f - q_{1-c}^{N(0,1)}} (VaR^* + W(0)r_f)$$

2.3.3 Résolution du problème :

Puisque l'investisseur cherche à maximiser son gain donc à augmenter sa prime de risque,

la solution qu'on cherche sera le portefeuille qui maximisera le ratio $\frac{r_p - r_f}{r_f - q_{1-c}^{N(0,1)}}$.



CHAPITRE 3 : MESURE DE LA PERFORMANCE

En matière d'investissement, le risque n'est pas un vain mot ; le niveau des cours boursiers reflète cette aversion pour le risque. Les méthodes de mesure de performance consistent à ajuster la rentabilité d'un portefeuille par son risque, afin de fournir une base uniforme et adéquate à des fins de comparaison.

Parmi ces méthodes, on retrouve celle de *Treynor* (1965) et *Sharpe*(1966).

3.1 Le ratio de Treynor :

Le modèle de marché décompose le risque d'un titre en deux parties :

- le risque systématique ou encore risque non-diversifiable qui est dû à l'influence du marché.
- le risque spécifique ou diversifiable qui correspond aux variations de cours qui sont propres au titre.

Le risque spécifique d'un titre ou d'un portefeuille peut être estimé en régressant ses taux de rentabilité périodiques avec ceux du marché. La droite de régression obtenue est celle du modèle de marché que Treynor appelle droite de marché :

$$R_p = \alpha_p + \beta_p R_m + \varepsilon_p$$

Où :

R_p représente la rentabilité pendant la période de mesure du portefeuille.

R_f représente le taux de rentabilité de l'investissement sans risque.

ε_p représente le risque spécifique du portefeuille.

La pente de la droite de marché est le bêta β_p du portefeuille et mesure la volatilité historique ou l'élasticité du portefeuille par rapport aux fluctuations du marché.

L'indice qu'a établi Treynor fait appel à ce bêta ainsi qu'à la notion de l'actif sans risque. L'actif sans risque est un actif théorique qui rapporte le taux d'intérêt sans risque. Il est en général associé aux emprunts d'État à court terme. Cet actif possède une variance nulle, son rendement est donc connu à l'avance. Il n'est pas corrélé avec les autres actifs. Par conséquent, associé à un autre actif, il modifie linéairement l'espérance de rendement et la variance.



En effet, le ratio de *Treynor* est un ratio rentabilité-volatilité qui est exprimé par le rapport de l'excès de rentabilité du portefeuille par rapport au taux de l'actif sans risque à la volatilité du portefeuille. Il est défini par la relation suivante :

$$T_p = (R_p - R_f) / \beta_p$$

3.2 Le ratio de Sharpe :

L'indice de performance de Sharpe est aussi représenté par un ratio rentabilité / risque. Il est exprimé par le rapport de l'excès de rentabilité du portefeuille par rapport au taux de l'actif sans risque à la variabilité ou écart type du portefeuille. Plus élevé est le ratio, meilleure est la performance.

Le ratio de Sharpe se définit ainsi de la manière suivante :

$$S_p = (R_p - R_f) / \sigma_p$$

Où :

σ_p est la variabilité (l'écart type) des excès des taux de rentabilité au-delà du taux sans risque.

Pour la comparaison de performance de deux portefeuilles par le ratio de Sharpe, le portefeuille le plus performant correspondant au portefeuille du ratio supérieur.

3.3 Comparaison des deux ratios :

Les mesures de Sharpe et de Treynor ont toutes les deux le même numérateur, le taux de rentabilité réalisé net du taux sans risque. Elles ne diffèrent que par leur dénominateur, l'écart type pour Sharpe, le bêta pour Treynor. Le choix de l'un ou de l'autre des deux méthodes dépend de la répartition des actifs de l'investisseur. Si l'essentiel de la fortune de celui-ci est investi dans un seul portefeuille dont on cherche à déterminer la performance, le choix de l'indice de Sharpe sera plus judicieux, parce qu'il prend en compte le risque total du portefeuille. A l'inverse, si le portefeuille ne présente qu'une partie de la fortune de l'investisseur, l'utilisation de l'indice de Treynor est plus appropriée. De toutes les façons, les deux indices de performance donnent des résultats très voisins si le portefeuille est bien diversifié, dans la mesure où le risque d'un portefeuille est identique à son risque de marché.



Conclusion :

Pour faciliter l'utilisation de ces modèles, il est important de développer un outil d'aide à la décision. Ce dernier précisera les résultats escomptés sans passer par l'analyse et la compréhension de l'aspect mathématique des modèles.



PARTIE III :

**MISE EN PLACE DE L'OUTIL D'AIDE A LA
DECISION D'ALLOCATION STRATEGIQUE
D'ACTIFS**



Introduction :

Image de l'économie nationale, la Bourse marocaine demeure de plus en plus un lieu d'investissement fortement intéressant, surtout qu'elle connaît une puissante croissance malgré la récente correction. En effet, plusieurs particuliers ainsi que des entités institutionnelles commencent à s'orienter vers la bourse pour voir fructifier leurs placements à court, moyen ou long terme.

Pour chacun de ces investisseurs, l'objectif ultime est de maximiser la rentabilité tout en minimisant le risque. C'est dans ce sens que s'avère le rôle indéniable du conseiller financier dans l'optimisation du portefeuille.

Pour ce, la problématique à laquelle est confronté ce dernier, réside dans la démarche à suivre pour l'allocation stratégique d'actifs. Autrement dit, comment doit-il construire le benchmark ou le portefeuille de référence qui satisfera l'investisseur?

La démarche qu'on propose pour l'allocation stratégique d'actifs est :

- Dégager le profil de l'investisseur à partir d'un questionnaire qu'on a élaboré.
- Utiliser les modèles financiers, décrits auparavant (cf partie II), pour le calcul des différents portefeuilles candidats à travers les interfaces qu'on a réalisées.
- Evaluer les différents portefeuilles candidats par le ratio de Sharpe afin de déterminer le plus performant.

On a choisi comme méthode de mesure de performance le ratio de Sharpe puisque le placement de l'investisseur sera mis en entier dans un unique portefeuille, critère qui n'est pas pris en compte chez Treynor.



CHAPITRE 1 : LE QUESTIONNAIRE

Avant de construire un portefeuille, le gérant doit dégager le profil de l'investisseur, il faut :

- Définir clairement la situation financière de l'investisseur.
- Indiquer sa capacité d'épargne.
- Préciser ses objectifs financiers.
- Dégager sa connaissance dans le domaine de placements.
- Déterminer son attitude à l'égard du risque.

Les questions qui composent ce questionnaire sur le profil de l'investisseur ont été conçues pour aider le gestionnaire à comprendre les objectifs de placement ainsi que le profil d'investisseur. Dès lors, cet outil sert à appuyer le processus de décision en matière d'investissement ou à choisir un fonds de répartition d'actifs.

Le questionnaire élaboré se divise en six sections :

- L'identification de l'investisseur.
- L'objectif du placement.
- Les renseignements personnels.
- Horizon de placement.
- L'attitude à l'égard du risque.
- La volatilité du portefeuille.



1.1 La description des sections :

1.1.1. L'identification de l'investisseur :

L'investisseur individuel se distingue des investisseurs institutionnels sur plusieurs plans dont l'analyse permet de mieux énoncer sa politique de placement. En effet, contrairement aux investisseurs institutionnels qui utilisent des mesures plus quantitatives de risque, l'investisseur individuel a une définition plus subjective du risque (par exemple, un produit financier non familier est considéré comme ayant un niveau de risque plus élevé). De plus, l'investisseur individuel est caractérisé par des facteurs psychologiques et peut investir dans n'importe quel actif, comparativement aux investisseurs institutionnels dont les caractéristiques des bénéficiaires (mandataires, clients) et les contraintes réglementaires constituent d'importants déterminants de leurs actions. Enfin, la phase du cycle de vie de l'investisseur individuel (par rapport à la nature des actifs versus les passifs des investisseurs institutionnels) et des préoccupations fiscales fort variables doivent être prises en compte dans l'élaboration de la politique de placement de l'investisseur individuel.

Aussi cette identification précise les dispositions légales et réglementaires de l'investisseur. En effet, elle conditionne généralement les classes d'actifs admissibles dans le portefeuille. L'énoncé de politique de placement doit faire l'inventaire des contraintes légales et réglementaires afin qu'elles soient respectées par le gestionnaire, préservant ainsi l'investisseur de pénalités prévues par la réglementation.

- **Les considérations fiscales :**

En fonction du statut fiscal de l'investisseur, certains types de placements présenteront plus d'attraits. Pour éviter que le fisc ne gruge la base de capital de l'investisseur, la recherche d'abris fiscaux peut être d'une grande importance dans l'allocation du capital. Pour des investisseurs ayant différentes sources de revenus ou ayant une situation fiscale complexe, le recours à un fiscaliste pour une bonne planification fiscale peut être suggérée et les conseils ou recommandations de ce dernier doivent être intégrés à la politique de placement.

On sait que les gains en capital ne sont imposés que lorsqu'ils sont réalisés, contrairement aux revenus d'intérêt, ce qui offre à l'investisseur la flexibilité de planifier la réalisation de



ses gains. Les investisseurs individuels doivent toutefois éviter le piège que constitue l'absolu recherche de l'évitement de la réalisation des gains (pour ne pas payer d'impôt) au risque de conserver des placements qui ont atteint tout leur potentiel d'appréciation ou qui ne correspondent plus aux autres composantes de la politique de placement (absence de diversification du fait d'un placement qui, suite à son appréciation au fil du temps, représente une proportion trop importante du portefeuille).

1.1.2 Les objectifs de placement :

Ils sont définis en terme de rendement à long terme désiré et du niveau de risque que l'investisseur est prêt à supporter. La définition des objectifs de placement requiert la prise en compte de la situation de l'investisseur et surtout de sa tolérance au risque.

L'arbitrage entre le risque et le rendement doit être gardé à l'esprit afin d'établir des objectifs de rendement réalistes compte tenu du niveau de risque acceptable. Ainsi, il est illusoire par exemple de rechercher un rendement annuel de 30% et plus sans accepter de prendre le risque de perdre plus de 20% de son capital. Des énoncés comme « réaliser le meilleur rendement possible » ou « réduire au minimum le risque » sont trop imprécis pour constituer des objectifs de placement.

1.1.3 Les renseignements personnels :

➤ Age :

Plusieurs études ont conclu à la présence d'un effet de l'âge de l'investisseur sur le niveau de risque de son portefeuille. Plus précisément, la tolérance à l'aversion au risque varie d'une manière inversement proportionnelle avec l'âge. En effet, on constate que majoritairement, l'investissement en actions diminue quand l'âge augmente.

Pour éclaircir cet effet de l'âge, cinq classes d'âge ont été proposées (*Voir Working Paper WP-CEB 03/006 : l'effet de l'âge de l'investisseur sur le niveau de risque de son portefeuille*).

➤ Situation financière :

Cette partie vise essentiellement à dévoiler indirectement l'aptitude à tolérer le risque. Si la santé financière de l'investisseur institutionnel est solide (régime à prestations définies),



cela augmente la valeur de la garantie offerte par cette dernière ainsi que son aversion au risque. En effet, l'existence d'un surplus important, lui donne la marge pour accepter un risque plus grand sans compromettre les rentes promises aux employés. Aussi pour l'investisseur particulier, une bonne situation financière présentera un avantage pour lui.

1.1.4 L'horizon de placement :

L'horizon de placement définit la période de temps où l'investisseur est prêt à laisser les fonds investis. Il dépend de l'âge moyen de l'investisseur. Il est de long terme voire quasi-infini pour des entreprises en exercice, et limité pour des entreprises en démarrage d'activité. Lorsque l'investisseur dispose d'un horizon à court terme, ou souhaite limiter son risque, on l'identifie comme un « profil de risque » prudent. On lui recommande une allocation stratégique qui accorde une part essentielle aux actifs défensifs, principalement les obligations.

Lorsque le client dispose d'un horizon à long terme et recherche une performance élevée, on identifie son « profil de risque » comme énergique. On lui recommande alors une allocation stratégique centrée sur les actions.

➤ Contraintes de liquidité :

Elles sont dictées par les besoins d'urgence ou d'encaisse de secours de l'investisseur mais surtout par des besoins de dépenses périodiques liées à l'objet du placement. Pour établir ces contraintes, il faut, par exemple, se poser la question suivante : « A t-on besoin d'une partie des fonds disponibles avant la fin de l'horizon de placement? » Si oui, à quelles dates ou fréquences les sorties de fonds seront faites ? Ces besoins de liquidité peuvent, par exemple, faire face aux taxes et impôts sur le revenu et à la nécessité d'une flexibilité des placements afin de saisir de nouvelles opportunités d'investissement.

➤ Les flux : retrait et cotisation.

Les pondérations normales ou à long terme d'un portefeuille doivent correspondre au profil des flux entrants et sortants d'une personne ou d'une institution. En effet, s'ils interviennent plus tôt, les flux entrants de fonds sont plus productifs et les flux sortants, plus coûteux. Il faut donc, pour décider de l'allocation stratégique des actifs, être bien informé du flux de liquidités concernées.



1.1.5 L'attitude à l'égard du risque :

- Définition du risque par l'investisseur particulier :

Les investisseurs individuels ont une perception et une définition du risque différentes de celles des investisseurs institutionnels. Par exemple, pour certains investisseurs individuels, la possibilité de perte d'une partie du capital investi, la non familiarité avec un instrument de placement, des pertes antérieures sur des produits similaires constituent des dimensions importantes de risque. Certains considéreront comme trop risquée toute stratégie contraire aux pratiques populaires, alors que d'autres ne prennent en compte que le risque passé plutôt que le risque potentiel des instruments de placement.

- Définition du risque par l'investisseur institutionnel :

Elle dépend de l'état du fonds (fonds en surplus ou en déficit), de l'âge moyen des salariés, et de la santé financière de l'institution (comme précisé ci-dessus). Ainsi, le niveau de tolérance (d'aversion) au risque est, par exemple, supérieur (inférieur) à la moyenne si les travailleurs sont de jeunes âges, d'où un long horizon de placement et peu de besoin de liquidité.

Toutefois, il faut s'assurer que l'activité de l'entreprise ne soit pas trop liée à celle des entreprises dont les titres composeront le portefeuille du fonds.

1.1.6 La volatilité du portefeuille :

Les portefeuilles de placement qui visent à procurer un rendement plus élevé sont généralement exposés à de plus amples fluctuations en ce qui a trait à la valeur des placements (ce qui occasionne à la fois des gains et des pertes). Plus le portefeuille est dynamique, plus les fluctuations sont prononcées, et plus l'investisseur risque de subir des pertes à court terme mais une rentabilité à long terme. Ainsi cette section vise à évaluer la réaction de l'investisseur par rapport à cette situation.



1.2 Le système de notation :

L'ensemble des questions a été divisé en deux grandes classes :

- Une classe qui vise **directement** à mesurer l'aversion au risque, à laquelle a été attribuée une notation qui croit avec la tolérance de l'investisseur vis-à-vis du risque. Cette notation est : 0, 2, 5, 10, 15, 20. (par exemple la section « attitude à l'égard du risque »)
- Une classe qui mesure **indirectement** l'aversion au risque. Dans cette classe il peut exister des scénarii qui présentent des exceptions. Cette notation est : 2, 4, 6, 8, 10.

Le score limite affecté à chaque profil dégagé, correspond au score de l'un des scénarii prévisibles du profil suivant et qui représente le plus petit score. Ensuite, on lui retranche un.



1.2 Le questionnaire élaboré :

Dans ce qui suit, on retrouve les six sections telles qu'elles sont présentées à l'investisseur :

Section 0	Identification de l'investisseur
-----------	---

Classe d'investisseur:

- Particulier
- Caisse de retraite
- Compagnie d'assurance
- Banque

Localisation géographique :

Nationalité :

Section 1	Objectif de placement
-----------	------------------------------

1. Qu'attendez-vous de votre portefeuille?

- (0) Engendrer des profits immédiatement
- (10) Engendrer des profits plus tard pour faire croître mon capital
- (10) Financer de projets futurs
- (15) Subvenir aux besoins futurs des personnes à ma charge (Je ne prévois pas utiliser les fonds)

2. Quel est l'objectif le plus important à l'égard de votre portefeuille?

- (2) Conserver mes placements en toute sécurité : je n'accepte pas les variations de rendement.
- (5) Voir fructifier les placements de mon portefeuille sans que leur rendement ne fluctue : je tolère mais accepte difficilement ses variations.
- (10) Obtenir un équilibre entre la croissance des placements et la sécurité : j'accepte les variations de rendement minimales occasionnelles.
- (15) Obtenir une plus-value potentielle de mon portefeuille en contrepartie d'une certaine précarité des rendements : j'accepte les variations de rendement régulières.



- (20) Satisfaire mon seul but, soit la croissance potentielle des placements à long terme : j'accepte les variations de rendement régulières et importantes.

Section 2	Renseignements personnels
-----------	----------------------------------

Si vous n'êtes pas un particulier passer directement à la question 6

3. Dans quel groupe d'âge vous situez-vous?

- (20) Moins de 30 ans
- (15) Entre 30 et 49ans
- (10) Entre 50 et 59 ans
- (5) Entre 60 et 69 ans
- (2) Plus de 70

4. Dans quelle fourchette se situe votre revenu familial annuel actuel avant impôts?

- (2) Moins de 120 000 DH
- (4) Entre 120 001 DH et 240 000 DH
- (6) Entre 240 001 DH et 360 000 DH
- (8) Entre 360 001 DH et 480 000 DH
- (10) Plus de 480 001 DH

5. Après avoir soustrait de votre solde toutes les charges, dans quelle fourchette se situe la valeur nette globale de votre famille immédiate?

- (2) Moins de 120 000 DH
- (4) Entre 120 001 DH et 200 000 DH
- (6) Entre 200 001 DH et 300 000 DH
- (8) Entre 300 001 DH et 400 000 DH
- (10) Entre 400 001 DH

6. Quelle est votre situation financière actuelle?

- (2) Précaire : Très endetté, je n'ai pratiquement pas d'épargne
- (5) Plutôt précaire : Plutôt endetté mais j'ai un peu d'épargnes
- (10) Plutôt stable : Quelques dettes mais je me vois capable d'avoir quelques épargnes.
- (15) Bonne : Peu de dettes mais je peux épargner maintenant de façon régulière.
- (20) Très bonne : Très peu ou pas de dettes et j'ai plusieurs épargnes



Section 3

Horizon de placement

7. Quel est l'horizon de placement de vos fonds?

- (0) Moins d'un an
- (2) Dans 1 à 3 ans
- (5) Dans 4 à 5 ans
- (10) Dans 6 à 10 ans
- (15) Dans 11 à 15 ans
- (20) Plus de 15 ans

8. Avez-vous l'intention d'effectuer des retraits ou de verser des cotisations additionnelles dans vos placements aujourd'hui et au cours de l'horizon de placement?

- (2) Je prévois retirer de l'argent à des intervalles réguliers, mais je ne prévois pas verser de cotisations.
- (4) Je ferai probablement un retrait forfaitaire, mais je ne prévois pas verser de cotisations.
- (6) Je vais généralement verser des cotisations et effectuer des retraits.
- (8) Il est probable que je verserai des cotisations, mais je ne ferai pas de retrait.
- (10) Je vais certainement verser des cotisations régulières, mais je ne ferai pas de retrait.

9. Lorsque vous aurez besoin des fonds, sur quelle période prévoyez-vous les retirer?

- (2) En un seul retrait forfaitaire
- (4) Sur une période de moins de deux ans
- (5) Sur une période de trois à cinq ans
- (10) Sur une période de six à neuf ans
- (15) Sur une période de 10 à 15 ans
- (20) Sur une période de plus de 15 ans



10. Mis à part votre portefeuille actuel, de quelles sources comptez-vous recevoir des revenus indépendamment de votre revenu principal? Sélectionnez tous les choix qui s'appliquent.

- (2) La location d'une propriété ou la vente d'une résidence.
- (4) Un héritage.
- (6) D'autres économies, tels un régime de retraite d'une autre institution financière ou une rente du gouvernement.
- (6) Le régime de retraite du conjoint.
- (6) Autres.

Section 4	Attitude à l'égard du risque
-----------	-------------------------------------

11. Quel énoncé décrit le mieux votre niveau de connaissance des placements?

- (2) J'ai une connaissance élémentaire du domaine et je me fie entièrement aux recommandations des conseillers financiers.
- (5) J'ai des connaissances limitées sur les actions et les obligations, mais je ne peux pas suivre l'évolution des marchés financiers.
- (10) J'ai une connaissance pratique du domaine et je suis régulièrement l'évolution des marchés financiers.
- (15) Je comprends parfaitement le mode de fonctionnement des différents produits de placement, y compris les actions et les obligations, et je suis disponible pour suivre de près l'évolution des marchés financiers.

12. Engranger des gains ou perdre la totalité ou une partie de son argent constituent les trois conséquences probables d'un placement dans les marchés financiers. Pour nombre d'investisseurs, la perte éventuelle est davantage considérée que l'éventuel profit correspondant. Lorsque vous prenez une décision en matière de placement, qu'est-ce qui est le plus important à vos yeux ?

- (2) Je prendrais en considération le potentiel de perte en premier.
- (5) Je prendrais davantage en considération le potentiel de perte.
- (10) Les deux ont une importance pour moi.
- (15) Je prendrais davantage en considération le potentiel de gain.



- (20) Je prendrais en considération le potentiel de gain en premier.

13. En supposant que les marchés connaissent une période difficile, quelle baisse de la valeur de vos placements pourriez-vous tolérer ?

- (0) Aucune
- (2) Moins de 5%
- (5) Entre 5% et 10%
- (10) Entre 10% et 20%
- (15) Plus de 20%

14. Comme tout marché financier international, la bourse marocaine connaîtrait des baisses inévitables, dans l'éventualité où vous subiriez une perte considérable, pendant combien de temps êtes-vous prêts à conserver vos placements existants en vue de récupérer leur valeur?

- (2) Moins de trois mois
- (5) De trois à six mois
- (10) De six mois à un an
- (15) De un à deux ans
- (20) De deux à trois ans
- (25) Plus de trois ans

15. En supposant que vous investissiez 100 000 DH à long terme, quelle est la perte maximale que vous seriez prêt à assumer au cours d'une année donnée?

- (0) Je ne serais pas prêt à subir une perte, quelle qu'elle soit.
- (2) Je serais prêt à assumer une perte de 5 000 DH.
- (5) Je pourrais tolérer une perte de 10 000 DH.
- (10) Je serais prêt à perdre un maximum de 15 000 DH.
- (15) Je crois que ma limite se situerait à 20 000 DH.
- (20) Je pourrais me remettre d'une perte de plus de 20 000 DH.

16. Vous avez épargné une somme d'argent, et on vous propose d'investir une part de cette épargne dans un titre risqué. Vous avez 50% des chances que la valeur de cette



somme triple d'ici trois ans et 50% des chances de perdre complètement cette somme. Que faites-vous ?

- (0) Je refuse spontanément la proposition.
- (5) J'étudie sérieusement la proposition même si j'ai plus tendance à refuser.
- (10) J'ai de la difficulté à prendre une décision.
- (15) J'étudie sérieusement la proposition même si j'ai plus tendance à accepter.
- (20) J'accepte spontanément la proposition.

17. Quels investissements privilégiez-vous habituellement?

- (2) Uniquement un compte d'épargne
- (5) Un compte d'épargne et des placements à rendement fixe (bons de caisse, obligations de l'Etat etc.)
- (10) Un compte d'épargne, des placements à rendement fixe et moins de 30% en actions
- (15) Un compte d'épargne, des placements à rendement fixe et plus de 30% en actions
- (20) Principalement des actions

Section 5	Volatilité du portefeuille
-----------	-----------------------------------

18. Un portefeuille est un assortiment de fonds. Le rendement ainsi que le risque que procure un portefeuille donné varie en fonction de sa diversification.

L'histogramme ci-dessous montre les écarts de rendement possibles sur une période de un an (du rendement maximal au rendement minimal) pour quatre portefeuilles fictifs. Lequel de ces portefeuilles vous convient le mieux?

- (2) Portefeuille A
- (5) Portefeuille B
- (10) Portefeuille C
- (15) Portefeuille D
- (20) Portefeuille E

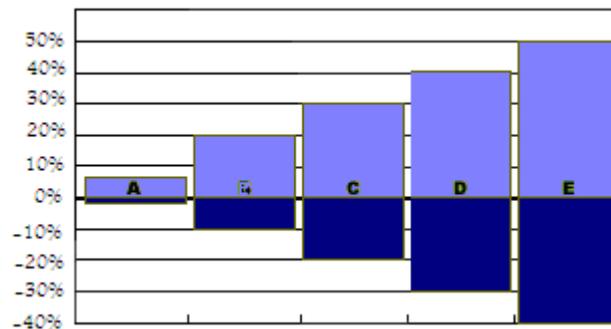


Figure 3.1 : Représentation graphique des portefeuilles proposés

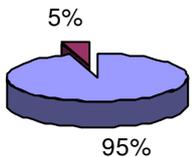
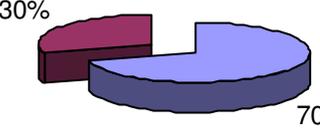
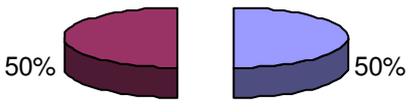
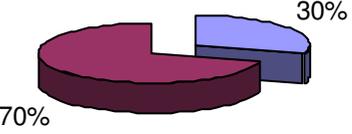
19. Certains investisseurs peuvent tolérer des baisses périodiques dans la valeur de leur portefeuille, dans un objectif d'avoir un rendement plus élevé à long terme. Quelle serait votre réponse à l'affirmation ci-dessous?

Je suis prêt à subir des pertes assez considérables et fréquentes dans la valeur de mon placement si cela peut augmenter les probabilités qu'il réalise un rendement plus élevé à long terme.

- (15) Fortement d'accord
- (10) D'accord
- (5) En désaccord
- (2) Fortement en désaccord



1.4 Les profils ressortis:

Score	Profil d'investisseur
<p>Moins de 93(pour les particuliers)</p> <p>Moins de 80 (pour les institutions)</p>	<p style="text-align: center;">Prudent</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>■ obligations</p> <p>■ actions</p> </div> </div>
<p>De 94 à 140(pour les particuliers)</p> <p>De 81 à 120(pour les institutions)</p>	<p style="text-align: center;">Modéré</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>■ obligations</p> <p>■ actions</p> </div> </div>
<p>De 141 à 199(pour les particuliers)</p> <p>De 121 à 168(pour les institutions)</p>	<p style="text-align: center;">Equilibré</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>■ obligations</p> <p>■ actions</p> </div> </div>
<p>De 200 à 246(pour les particuliers)</p> <p>De 169 à 216(pour les institutions)</p>	<p style="text-align: center;">Accélééré</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>■ obligations</p> <p>■ actions</p> </div> </div>



<p>Plus de 247 (pour les particuliers)</p> <p>Plus de 217 (pour les institutions)</p>	<p>Energique</p>
---	-------------------------

Tableau 3-1: les scores des profils par type d'investisseur

1.5 Description des profils:

Profil d'investisseur	Objectif du fonds de répartition de l'actif
<p>Le profil <i>Prudent</i> : Convient à l'investisseur qui : -recherche une source de revenu de placement fiable. -est sensible aux reculs temporaires des marchés. -a besoin de puiser dans son portefeuille dans un avenir rapproché. Soit un investisseur qui veut un portefeuille générant un revenu régulier, avec une faible volatilité.</p>	<p>Ce fonds investi principalement dans des obligations, et est composé d'une petite proportion d'actions afin d'accroître le rendement potentiel à long terme tout en ayant une volatilité faible.</p>
<p>Le profil <i>Modéré</i> : Convient à l'investisseur qui veut obtenir une croissance de son capital à long terme et un revenu de placement relativement stable, avec une sensibilité aux fluctuations des marchés est faible mais il demeure toutefois vigilant.</p>	<p>Ce fonds investi principalement dans des obligations, et est composé d'une proportion importante de fonds en actions afin de créer un juste équilibre entre les placements boursiers et les titres de revenu. Cette composition de placement préconisée au sein du portefeuille procure d'excellentes perspectives de gains dans les marchés boursiers.</p>
<p>Le profil <i>Équilibré</i> : Convient à l'investisseur qui recherche un portefeuille alliant prudence et accès aux occasions du marché tout en réalisant un équilibre entre le revenu et la croissance à long terme ; il prospecte ainsi un bon potentiel de croissance tout en minimisant le risque global de son portefeuille.</p>	<p>Ce fonds investi principalement dans des fonds qui, dans l'ensemble, comportent une proportion équilibrée entre les actions et les obligations.</p>



<p>Le profil Accélééré: Convient à l'investisseur qui recherche un portefeuille procurant une croissance à long terme ainsi qu'un certain revenu tout en étant prêt à subir des fluctuations à court terme.</p>	<p>Le fonds investi principalement dans des fonds en actions. Afin d'assurer une certaine stabilité, il investit également, dans une proportion moindre, dans des obligations.</p>
<p>Le profil Energique : Convient à l'investisseur qui recherche un portefeuille procurant une croissance des placements à long terme.</p>	<p>Ce fonds investi dans des actions en vue de procurer une croissance à long terme, sans égard à la volatilité à court terme.</p>

Tableau 3-2: les profils explicités avec l'objectif du fonds de répartition

1.6 Explication du choix de la pondération des actifs :

Pour déterminer la précision des pourcentages des actifs liés à chaque profil d'investisseur, on s'est basé sur la grille des OPCVM qu'a établi WAFAGESTION :

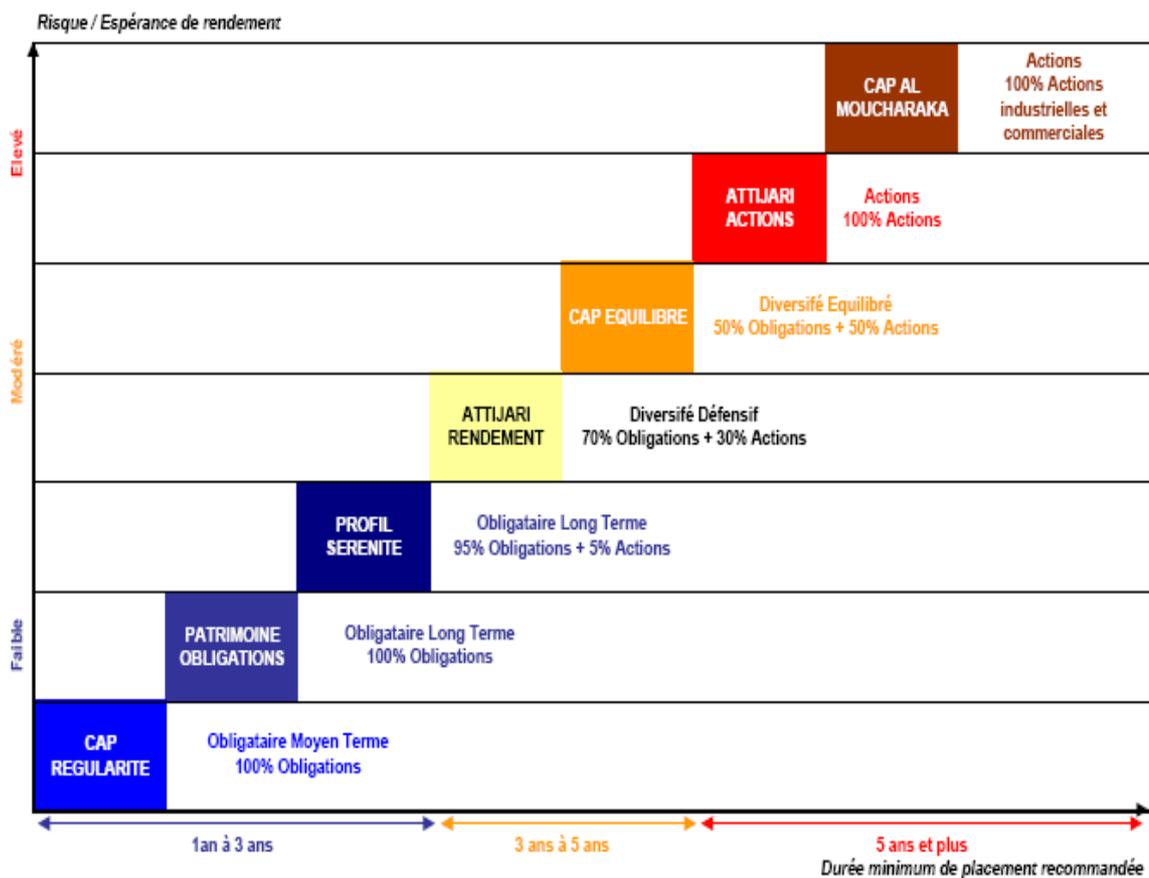


Figure 3.2: Représentation de quelques produits de WAFAGESTION



CHAPITRE 2 : L'APPLICATION AVEC LE LANGAGE VISUAL BASIC

L'application élaborée est un outil informatique d'aide à la prise de décision pour l'allocation stratégique d'actifs. Elle permet au gérant de construire son benchmark après avoir précisé les différents paramètres nécessaires (volatilité, rentabilité....).

L'application peut être divisé en trois grandes parties correspondantes à notre démarche et qui sont :

- Le questionnaire
- Les modèles
- L'allocation stratégique d'actif définitive

Ces parties ont été divisées en huit interfaces

- L'interface Menu.
- L'interface Questionnaire.
- L'interface Markowitz.
- L'interface Roy.
- L'interface Surplus de Sharpe.
- L'interface Harlow.
- L'interface allocation stratégique d'actifs (Ratio de Sharpe).

Cette distinction des interfaces principalement au niveau des modèles assure une indépendance de choix du modèle selon le cas que traite le gérant ainsi si son client ne présente pas des informations sur son passif, il n'aura pas à utiliser le modèle de Surplus de Sharpe. Aussi cela facilitera la modification d'information en cas d'erreur, du fait que la programmation de chaque modèle s'est élaborée séparément.

L'ensemble de ces interfaces sera expliqué en détail ci-après.



2.1 Interface du Menu :

L'application conçue envoie à plusieurs modèles. Chacun de ces derniers est autonome, de ce fait on a élaboré une interface Menu englobant les différents éléments de l'application et qui ont été cités si dessus à savoir le questionnaire, les modèles et puis l'allocation stratégique c'est-à-dire le benchmark obtenu après l'évaluation de la performance des portefeuilles.

Pour accéder à n'importe quel élément, l'utilisateur clique sur le bouton correspondant, "QUESTIONNAIRE " par exemple, ainsi la connexion à l'interface se fait directement.



Figure 3.3 : Interface du Menu principal

Si l'utilisateur a envie de quitter l'application, il clique sur le bouton "quitter", ensuite un message s'affiche qui demande la confirmation de l'opération : quitter l'application ou non.

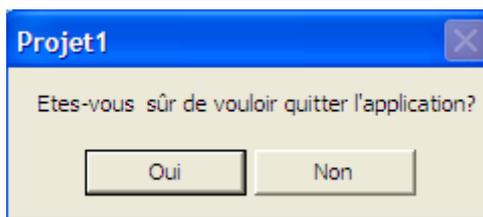


Figure 3.4 : Fenêtre du message de confirmation



2.2 Interface Questionnaire :

Grâce à cette interface le gérant peut préciser l'allocation stratégique générale correspondante au profil de son client.

Le formulaire du questionnaire est rempli par l'investisseur ce qui détermine un score. Le gérant l'introduit dans cette interface comme donnée.

Puis il doit préciser la classe de l'investisseur puisque deux grandes catégories ont été distinguées :

- les particuliers
- les institutionnels, les assurances...

Ainsi il obtient la pondération des actions et des obligations correspondante au profil déterminé.

Et pour avoir la rentabilité et la volatilité du portefeuille dégagé, le gérant introduit la rentabilité et la volatilité spécifiques à chaque actif ainsi que leur corrélation.

Données		
Actions	Rentabilité espérée	0,1
	Volatilité	0,15
Obligations	Rentabilité espérée	0,06
	Volatilité	0,05
Corrélation action/obligation		0,2
Classe d'investisseurs		assurance
Score du questionnaire		70

Résultats (%)	
Rentabilité du portefeuille	6,2
Volatilité du portefeuille	4,65832587%
Allocation stratégique d'actifs	
Poids actions	5
Poids obligations	95

Figure 3.5 : Interface du Questionnaire



2.3 Interface du modèle de Roy :

Le gérant introduit les mêmes données relatives aux actions et obligations puis il ajoute aussi la donnée correspondante à la contrainte du modèle de Roy. C'est un critère supplémentaire de décision intégré au niveau du programme d'optimisation de Markowitz. Cette dernière est identifiée par le seuil minimum de rentabilité et exigée par le client.

Les résultats calculés à partir du programme mathématique relatif au modèle de Roy sont affichés une fois il clique sur le bouton "Résultats".

Le bouton "Menu" permet de revenir au menu principal.

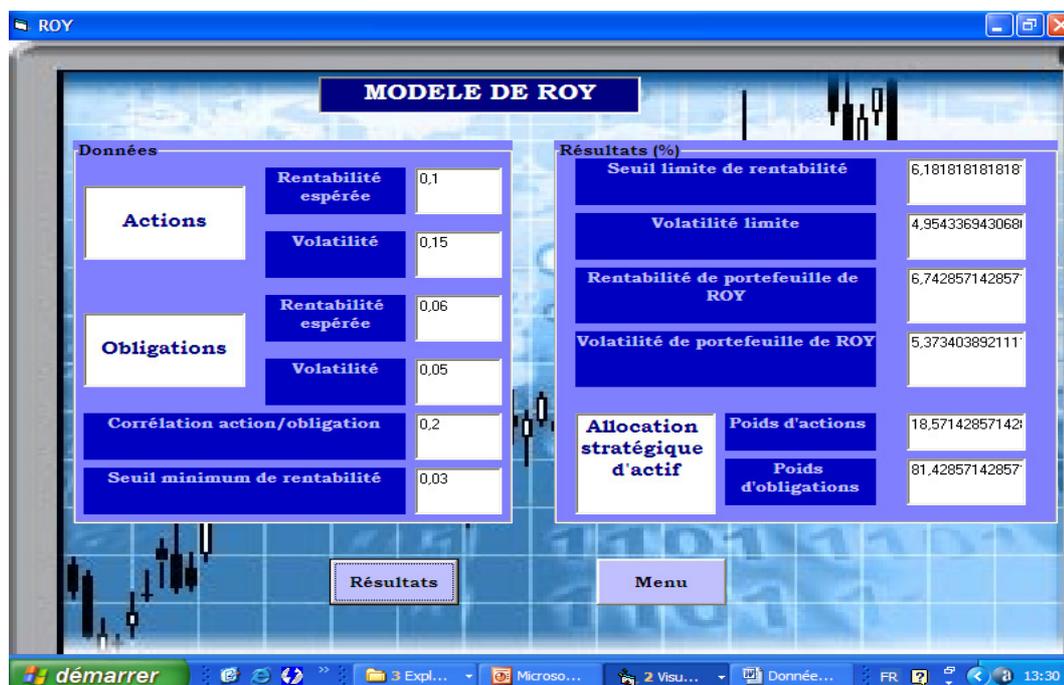


Figure 3.6 : Interface du modèle de Roy



2.4 Interface de Surplus de Sharpe :

Cette interface diffère de la précédente par le fait qu'elle intègre les données sur le passif (charges, engagements...) que le client communique à sa société de gestion et qui restent confidentielles. Ces données permettent à la société de dégager les paramètres suivants et de les introduire dans l'interface :

- Rentabilité et volatilité du passif.
- Ratio de financement.
- Corrélation passif/action.
- Corrélation passif/obligation.

En plus des données précédentes, on ajoute le seuil maximal de perte au niveau du surplus.

La probabilité de cette perte ainsi que son quantile correspondant sont aussi ajoutés.

Figure 3.7 : Interface du modèle de surplus de Sharpe



2.5 Interface de Harlow :

En plus de donner le portefeuille correspondant au modèle de Harlow, cette interface permet de calculer la Value at Risk qui est un paramètre primordial dans la modélisation mathématique du problème au niveau de ce modèle

La méthode de calcul de cet élément adopté est la méthode variance-covariance ou ce qu'on appelle la méthode paramétrée.

Puisque cette valeur dépend du niveau de confiance, il est, ainsi que son quantile, défini comme donnée.

The screenshot displays a software interface titled "MODELE DE HARLOW". It is divided into two main sections: "Données" (Data) and "Résultats (%)" (Results (%)).

Données (Data):

Actifs	Paramètre	Valeur
Actions	Rentabilité espérée	0,1
	Volatilité	0,15
Obligations	Rentabilité espérée	0,06
	Volatilité	0,05
Corrélation Actions/Obligations		0,2
Niveau de confiance		0,95
Quantile		-1,65

Résultats (%):

Paramètre	Valeur
Rentabilité du portefeuille	6,55
Volatilité du portefeuille	4,95433694
Allocation stratégique d'actifs	
Poids actions	4,54545454
Poids obligations	95,4545454
Calcul de la VaR	
Value at Risk	14,72465595

At the bottom of the interface, there are two buttons: "Résultats" and "Menu". The Windows taskbar at the bottom shows the "démarrer" button and several open applications: "Explorateur...", "Microsoft Pow...", and "Visual Basic". The system clock indicates the time is 13:34.

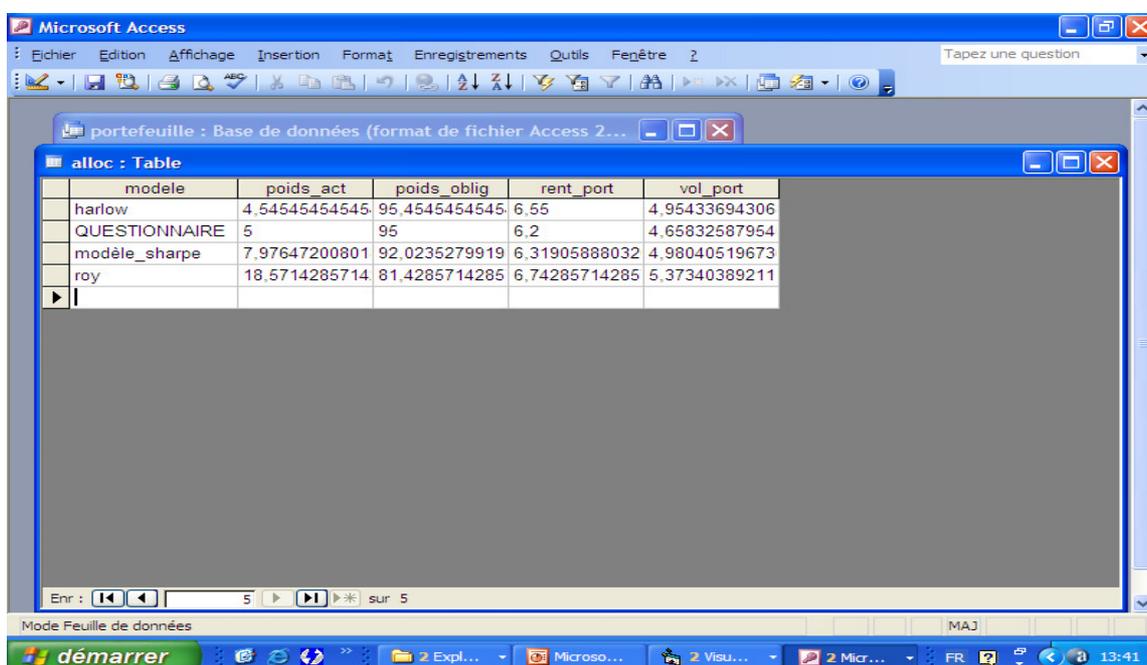
Figure 3.8 : Interface du modèle de Harlow



2.6 La base de données :

Une fois les résultats liés à chacune des interfaces précédentes sont calculés et affichés, la rentabilité et la volatilité des portefeuilles dégagés ainsi que la pondération des actions et des obligations sont automatiquement enregistrés. Cela permet de calculer le ratio de Sharpe relatif à chaque portefeuille candidat et ainsi mesurer sa performance.

Pour faciliter la sélection des informations, un champ, correspondant au nom du modèle propre à ces résultats, a été ajouté dans la table.



modele	poids_act	poids_oblig	rent_port	vol_port
harlow	4.545454545454545	95.45454545454545	6.55	4.95433694306
QUESTIONNAIRE	5	95	6.2	4.65832587954
modèle_sharpe	7.97647200801	92.0235279919	6.31905888032	4.98040519673
roy	18.5714285714	81.4285714285	6.74285714285	5.37340389211

Figure 3.9 : Interface de la base de donnée Access



2.7 Interface de l'allocation stratégique d'actifs :

En extrayant les résultats, obtenus dans chaque modèle, de la base de données par des requêtes SQL bien spécifiées, le ratio propre à chaque modèle peut être calculé après avoir entré comme donnée la rentabilité de l'actif sans risque.

Plus le ratio de Sharpe augmente, meilleure est la performance du portefeuille. En conséquence, le portefeuille de référence ou le benchmark répondant aux exigences du marché, de l'investisseur et de la condition de l'optimalité, serait celui qui possède le plus grand ratio parmi les autres.

Pour retourner au menu, il faut cliquer sur "Menu", cet événement déclenche aussi la suppression des éléments existants dans la base de données, ainsi sa mise à jour est effectuée.



Figure 3.10 : Interface de la mesure de performance (Ratio de Sharpe)



2.8 Interface de Markowitz :

Comme cela a été déjà précisé, le programme d'optimisation de Markowitz donne une frontière efficiente et non un unique portefeuille optimal, ce qui conduit à la nécessité d'intégrer un critère de choix qui est la rentabilité espérée ou attendue du portefeuille.

Ce dernier critère s'ajoute alors aux mêmes données que les autres interfaces, à savoir la rentabilité, la volatilité et la corrélation relatives aux actions et aux obligations, pour former l'ensemble des paramètres de calcul nécessaire pour le modèle de Markowitz.

Ainsi, on obtient directement le benchmark de Markowitz.

Données		
Actions	Rentabilité espérée	0,1
	Volatilité	0,15
Obligations	Rentabilité espérée	0,06
	Volatilité	0,05
Correlation action/obligation		0,2
Rentabilité espérée du portefeuille		0,065

Résultats (%)	
Volatilité du portefeuille de la frontière efficiente	5,09288719686
Allocation stratégique d'actif	
Poids d'actions	12,5
Poids d'obligations	87,5

Figure 3.11 : Interface du modèle de Markowitz



CHAPITRE 3 : ETUDE DE CAS

3.1 Présentation du problème:

Le cas traité est celui d'un particulier qui veut investir sur un horizon de placement de trois ans et qui exige une rentabilité minimale de 2% (même si le taux du monétaire actuel est de 3,25%, un risque de sur liquidité peut engendrer des pertes ce qui argumente le choix de cette rentabilité minimale).

Le benchmark va être défini en utilisant deux actifs : actions et obligations

L'historique des cours de l'indice du MASI, correspondant aux actions, et l'indice MBI MLT correspondant aux obligations (voir Annexe B) est la donnée source.

3.2 Estimation de la rentabilité et l'écart-type du MASI et du MBI MLT :

Pour estimer la rentabilité ainsi que la volatilité des actifs, on se base sur l'historique des cours pendant les trois dernières années.

Les fonctions de l'Excel sont utilisées pour calculer les différentes données.

On note $C(t)$ le cours de l'indice à l'instant t et $C(t-1)$ le cours à l'instant $t-1$.

De prime abord, le ratio : $\frac{C(t) - C(t-1)}{C(t-1)}$ a été calculé pour toutes les valeurs du cours

Ensuite, l'écart type journalier de l'indice a été calculé par la relation suivante :

$$\text{ECART TYPE} \left(\frac{C(t) - C(t-1)}{C(t-1)} \right)$$

Pour avoir la volatilité, la relation a été pondérée par le nombre de jours ouvrables correspondant à 250 jours. On obtient :

$$\text{Volatilté} = \text{ECART TYPE} \left(\frac{C(t) - C(t-1)}{C(t-1)} \right) * \sqrt{250}$$

Pour calculer la rentabilité, tout d'abord la moyenne des valeurs obtenues pour le ratio

$\frac{C(t) - C(t-1)}{C(t-1)}$ a été calculée et notée M .

Puis, la relation suivante permet de déterminer la rentabilité:

$$\text{Rentabilité} = ((1+M) ^ 250)-1$$



Après avoir effectué ces calculs sous Excel, on obtient :

- Pour l'indice MASI :

Rentabilité = 23%

Volatilité = 10,3%

- Pour l'indice MBI MLT :

Rentabilité = 5%

Volatilité = 4%

Enfin, pour estimer la corrélation entre les deux indices, la fonction "CŒFFICIENT CORRELATION", qui a comme paramètre le ratio $\frac{C(t) - C(t-1)}{C(t-1)}$ de l'indice de MASI et celui de MBI MLT, a été utilisée .

Après calcul on obtient : Corrélation MASI/MBI MLT = 0,2

3.3 Allocation stratégique d'actifs du portefeuille de l'investisseur :

Tout d'abord, le questionnaire a été soumis à l'investisseur concerné afin de dégager son profil. Ce dernier correspond à celui d'un **accélééré**, donc le benchmark correspondant à l'allocation stratégique générale est :

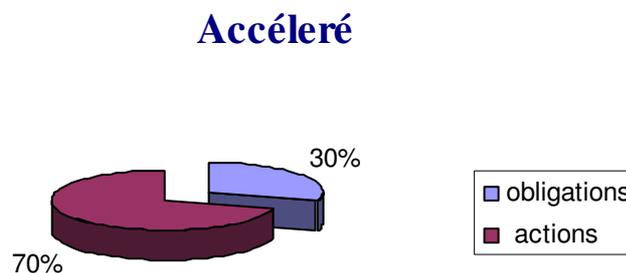


Figure 3.12 : Profil de l'investisseur traité dans l'étude de cas



Puisque le particulier n'a pas fourni des informations sur son passif ni précisé une rentabilité espérée pour son portefeuille, le modèle de Roy et de Harlow sont les seuls à être utilisés.

Après avoir entré les données correspondant à chaque modèle, et mesuré sa performance, le benchmark obtenu est un portefeuille ayant pour poids d'action 68,18% et pour les obligations un poids de 31,81%. (Voir Annexe B)

Conclusion :

Cette étude de cas permet de voir l'impact du travail élaboré sur la réalisation d'un benchmark pour un investisseur particulier marocain. Cela montre qu'avec l'outil d'aide à la décision développé dans ce travail, les sociétés de gestion, principalement WAFAGESTION, n'aura pas à se baser uniquement sur les études macroéconomiques pour déterminer les portefeuilles de référence mais plutôt sur une étude scientifique, technique et encore plus mathématique. Rappelons que plus de 80% de la performance d'un portefeuille dépend de cette première étape du processus de placement et qui fait l'objet ultime de ce travail, d'où figure la forte nécessité de tabler sur des calculs et des approches mathématiques pour garantir la sécurité de son investissement.

Dès lors, on voit clairement l'importance et le rôle indéniable de cet outil dans l'orientation en matière de la décision pour une société de gestion d'actifs.



CONCLUSION GENERALE

Le travail effectué dans le cadre de ce projet de fin d'études a permis d'étudier des aspects vitaux de l'allocation stratégique d'actifs. En effet, sa maîtrise contribuera d'une manière très significative dans l'optimisation du portefeuille final.

L'analyse des différents modèles mathématiques dédiés à cette étape du processus d'investissement a permis de préciser les différents paramètres nécessaires à l'application ainsi que le champ d'utilisation. Et afin de dégager le profil de l'investisseur pour lequel l'allocation stratégique d'actifs est effectuée, un questionnaire a été élaboré pour orienter le gérant vers une bonne vision. Dans ce cadre, l'application VB conçue facilite l'usage de la démarche proposée.

Certes, le travail réalisé a été appliqué aux actions et aux obligations, cependant la même démarche peut être utile à plusieurs actifs comme le monétaire et les produits dérivés.

Et dans cette optique de diversification, les sociétés de Bourse peuvent envisager d'incorporer les actions des entreprises étrangères et ainsi on répond judicieusement à l'adage traditionnel : « **il ne faut pas mettre tous ses œufs dans un même panier** »



BIBLIOGRAPHIE:

BOKOBZA.N (2002) COMPARAISON DE MODELES STOCHASTIQUES D'ALLOCATION D'ACTIFS POUR UN PORTEFEUILLE DE PREVOYANCE COLLECTIVE, Université Paris Dauphine et l'Institut des Actuaire, p110.

CAMPBELL, J.Y. VICEIRA, L.M. (2000) STRATEGIC ASSET ALLOCATION, Harvard Business school, 165p

CHAPELLE.A, P.LAURENT et SZAFARZ A. (2003) L'EFFET DE L'AGE DE L'INVESTISSEUR SUR LE NIVEAU DE RISQUE DE SON PORTEFEUILLE, Working Paper, WP-CEB : 03/006, p15.

CORSALETTI, S. MAITRISER LES REALITES DE L'ALLOCATION STRATEGIQUE D'ACTIFS (séminaire), Université Paris Dauphine.

EZZIANE, N. (2002) ALLOCATION STRATEGIQUE EN MATIERE DE GESTION D'ACTIFS : METHODES COMPAREES, Université RENE DESCARTES (Paris V), 71p.

HUISMAN, R. KOEDIJK, K. G., POWNALL R.A.J. (1999) ASSET ALLOCATION IN A VALUE-AT-RISK FRAMEWORK, Erasmus University Rotterdam, 26 p.

JACQUILLAT, B. SOLNIK, B. (1997) MARCHES FINANCIERS GESTION DE PORTEFEUILLE ET DES RISQUES, Paris, 3^e édition, DUNOD, 391p.

JAMES N. BODURTHA, Jr. (2004) DOMINATED PORTFOLIOS AND EFFICIENT PORTFOLIO REALLOCATION FOR GENERAL DISCRETE DISTRIBUTIONS AND ALL RISK-AVERSE INVESTORS, GeorgeTown, 41p.

LAVIE ECO, (2007), LE GUIDE DE LA BOURSE, Maroc, 82p.

MANGANELLI, S. (2007) ASSET ALLOCATION BY PENALIZED LEAST SQUARES, Allemagne, N°723, WORKING PAPER SERIES, 53 p.



SHACHMUROVE, Y. (2000) OPTIMAL PORTFOLIO ANALYSIS FOR THE CZECH REPUBLIC, Hungary and Poland, New York, 30p.

Webographie:

www.abcbourse.com

www.bourse-maroc.com

www.actufinance.fr

www.wikipedia.com



ANNEXES