

Année 2007-2008

Analyse économique du consommateur et du producteur 1 - MICROECONOMIELicence d'Economie et Gestion - Première année
Groupe 7

Durée : 45 minutes

Interrogation n°1 du 7 novembre 2007**Questions de cours (4 points)**

Que représente une courbe d'indifférence et quelles indications sur la forme des courbes nous donne l'axiome de transitivité. Expliquez.

Exercice (16 points)

Soit un consommateur ayant pour fonction d'utilité $U = 3X^{1/4}Y^{1/2}$. Nous supposons que ce consommateur alloue tout son revenu R à l'achat de deux biens, le bien X et le bien Y . Soit : $R=96$, $P_X = 2$ et $P_Y = 16$ avec P_X et P_Y les prix des biens X et Y .

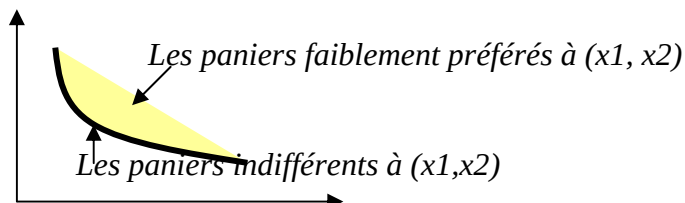
- 1) Supposons que le niveau d'utilité soit fixé à $U_0 = 24$, donnez l'équation de la courbe d'indifférence de ce consommateur et la tracer.
- 2) Donnez l'équation de sa droite de budget et la tracer dans le même graphique
- 3) Quel est le taux marginal de substitution du bien Y au bien X pour un point quelconque.
- 4) A quoi est égal le TMS à l'équilibre ? Expliquez pourquoi.
- 5) Déterminez à l'aide du TMS les demandes d'équilibre en biens X et en biens Y pour ce consommateur. Retranscrivez ce panier optimal sur le graph.

Année 2007-2008

Analyse économique du consommateur et du
producteur 1 - MICROECONOMIELicence d'Economie et Gestion - Première année
Groupe 7Correction de l'interrogation n°1 du 7
novembre 2007**Questions de cours (4 points)**

Que représente une courbe d'indifférence et quelles indications sur la forme des courbes nous donne l'axiome de transitivité. Expliquez.

- **Courbe d'indifférence** : On peut écrire graphiquement les préférences d'un consommateur en utilisant une représentation connue sous le nom de courbe d'indifférence.



La courbe d'indifférence passant par un panier donné est composée de tous les paniers qui laisse le consommateur indifférent à ce panier initial.

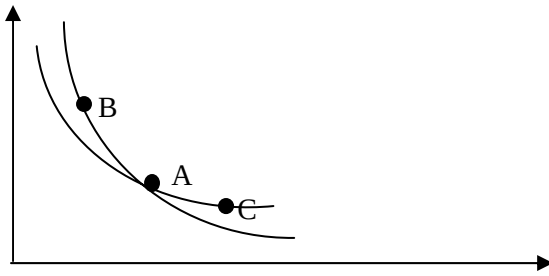
Axiome de transitivité (H1) : Si un panier x est préféré à y et y à z alors x est préféré à z .

Le consommateur est ici capable de classer les biens. Pour chaque panier il sera capable de dire si son utilité est plus grande ou non.



Deux courbes ne peuvent se couper .

D'après la transitivité, $B \sim A$ et $A \sim C$ puisque A et B puis A et C se trouvent sur la même courbe. D'après l'axiome de transitivité, $B \sim C$. Mais ceci est impossible puisque sur deux courbes différentes. Donc cet axiome nous dit que les courbes d'indifférences ne peuvent se couper.



Exercice (16 points)

Soit un consommateur ayant pour fonction d'utilité $U = 3X^{1/4}Y^{1/2}$. Nous supposons que ce consommateur alloue tout son revenu R à l'achat de deux biens, le bien X et le bien Y . Soit : $R=96$, $P_X = 2$ et $P_Y = 16$ avec P_X et P_Y les prix des biens X et Y .

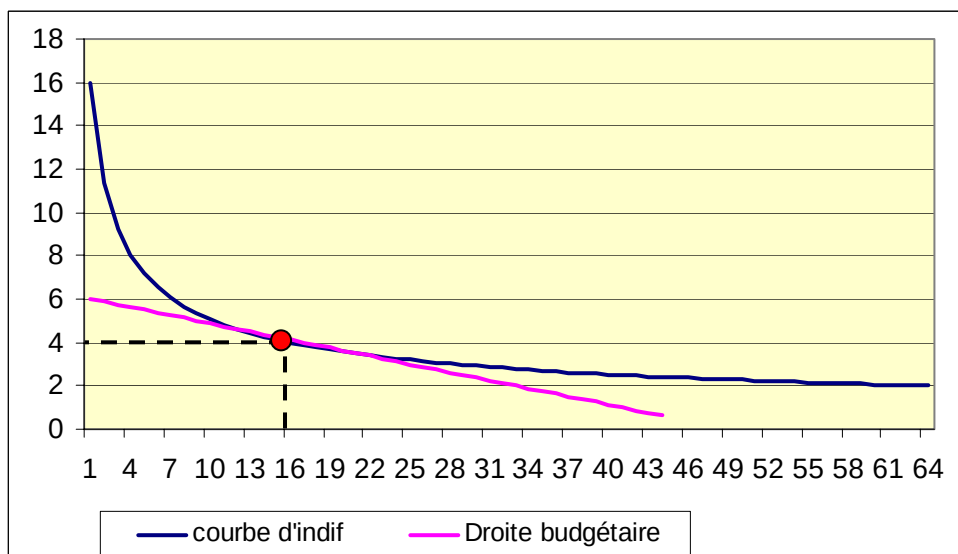
- 1) Supposons que le niveau d'utilité soit fixé à $U_0 = 12$, donnez l'équation de la courbe d'indifférence de ce consommateur et la tracer.

Puisque le niveau d'utilité est $U_0 = 12$, nous pouvons en déduire d'après la fonction d'utilité que

$$U_0 = 12 = 3X^{1/4}Y^{1/2}$$

$$\text{Par Conséquent, } Y^{1/2} = \frac{12}{3X^{1/4}} \Leftrightarrow Y = \left(\frac{12}{3X^{1/4}} \right)^4$$

$$\text{Donc, } Y = \left(\frac{4}{X^{1/4}} \right)^2 = \frac{16}{X^{1/2}}$$



2) Donnez l'équation de sa droite de budget et la tracer dans le même graphique

Nous savons que si le consommateur utilise la totalité de son revenu pour l'achat de deux biens alors le revenu est égal au prix fois la consommation soit : $R = P_X X + P_Y Y$.

Ainsi : $96 = 2X + 16Y$

Par conséquent : $Y = -\frac{2}{16}X + \frac{96}{16} \Leftrightarrow Y = -\frac{1}{8}X + 6$

3) Quel est le taux marginal de substitution du bien Y au bien X pour un point quelconque.

$$TMS_{Y/X} = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{U_m(X)}{U_m(Y)} = \left| \frac{\partial Y}{\partial X} \right| \text{ en un point}$$

Utilité marginale du bien X :

$$U_m(x) = 3 \times \frac{1}{4} X^{-3/4} Y^{1/2} = \frac{3}{4} X^{-3/4} Y^{1/2}$$

Utilité marginale du bien Y :

$$U_m(y) = 3 X^{1/4} \times \frac{1}{2} Y^{-1/2} = \frac{3}{2} X^{1/4} Y^{-1/2}$$

Par conséquent :

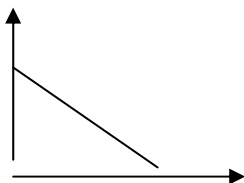
$$TMS_{Y/X} = \frac{U_m(X)}{U_m(Y)} = \frac{\frac{3}{4} X^{-3/4} Y^{1/2}}{\frac{3}{2} X^{1/4} Y^{-1/2}} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{X^{-3/4} X^{1/2}}{Y^{1/4} Y^{3/4}} \frac{Y^{1/2} Y^{1/2}}{X^{3/4} X^{1/4}} = \frac{1}{2} \frac{Y}{X}$$

En conséquent, pour compenser la perte d'une unité de bien X, il faut augmenter la quantité de bien Y d'une valeur égale au rapport $\frac{Y}{2X}$ pour que le consommateur puisse rester au même niveau d'utilité.

4) A quoi est égal le TMS à l'équilibre ? Expliquez pourquoi.

A l'équilibre, le TMS est égal au rapport des prix.

Rapport entre le TMS et le rapport des prix :



La droite de budget a pour équation : $Y = -\frac{P_X}{P_Y} X + \frac{R}{P_Y}$

Donc, sa pente est égale à $-\frac{P_X}{P_Y}$

Le $TMS_{Y/X} = \left| \frac{\partial Y}{\partial X} \right|$ c'est à dire la pente de la courbe d'indifférence en un point, en valeur absolue.

Donc, à l'optimum, $\frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{U'_X}{U'_Y}$ d'après la définition du TMS.

Par conséquent, à l'optimum, la pente de la courbe d'indifférence (qui est en valeur absolue égale au TMS) est égale au rapport des prix.

5) Déterminez à l'aide du TMS les demandes d'équilibre en biens X et en biens Y pour ce consommateur. Retranscrivez ce panier optimal sur le graph.

Comme nous l'avons signalé auparavant, à l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix. Par

conséquent : $\frac{1}{2} \frac{Y}{X} = \frac{P_Y}{P_X} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{Y}{X} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

Donc, $Y = \frac{2X}{8} = \frac{1}{4} X$. Nous avons ainsi déterminé la courbe consommation revenu. Il suffit de remplacer cette courbe dans la contrainte budgétaire pour obtenir les demandes optimales du consommateur.

$$96 = 2X + 16Y \Leftrightarrow 96 = 2X + 16 \times \frac{1}{4} X = 6X$$

$$\text{D'où } X^* = \frac{96}{6} = 16$$

Puisque d'après l'équation de la courbe consommation revenu $Y=1/4X$, nous pouvons en déduire que $Y^* = \frac{16}{4} = 4$

Ainsi, ce consommateur consommera à l'optimum 16 biens X et 4 biens Y.