Université Abdelmalek Essaâdi	**Année Universitaire 2005/2006**
Faculté Polydisciplinaire	**Filière : Sc. Éco. & Gestion**
Tétouan	**Semestre : deuxième (S2)**

Module : **Méthodes Quantitatives I**
Élément : **Statistique I**
Enseignant : M. El Merouani.

Contrôle continu final (Durée 2 heures)

Problème 1 : (6 points)

Les salaires annuels (en 1000 DH) des employés d'une entreprise composée de deux filiales X et Y sont réparties selon le tableau suivant :

Salaires en 1000 DH compris entre	Nombre d'employés de la filiale X	Nombre d'employés de la filiale Y
10 et 20	5	4
20 et 30	10	12
30 et 40	13	14
40 et 50	4	6

1) Déterminer le salaire moyen de la filiale X et de la filiale Y.
2) Déterminer la variance et l'écart-type des salaires de la filiale X et de la filiale Y.
3) Comparer la dispersion des salaires de la filiale X et de la filiale Y.

Problème 2 : (14 points)

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 200 exploitations agricoles, dans un certain pays, selon la SAU (surface agricole utilisée) exprimée en hectares :

SAU (en ha)	Fréquences (en %)
de 0 à 10	22
de 10 à 30	28
de 30 à 50	27
de 50 à 100	23

1) Déterminer le pourcentage des exploitations agricoles qui ont une SAU supérieure à 30 ha.
2) Déterminer la SAU la plus fréquente.
3) Donner la valeur et l'interprétation de la médiane (Mé).
4) Calculer le troisième quartile(Q_3) et le cinquième décile (D_5).
5) Donner l'interprétation et la valeur de la médiale (Ml).
6) Calculer la différence ΔM=Ml-Mé. Calculer l'indice de concentration. Interpréter le résultat.
7) Construire la courbe de Lorenz.
8) Déterminer l'indice de concentration de Gini. Conclure.

Problème n°1

$[e_{i-1}, e_i[$	c_i	n_i	$n_i c_i$	c_i^2	$n_i c_i^2$
[10, 20[	15	5	75	225	1125
[20, 30[	25	10	250	625	6250
[30, 40[	35	13	455	1225	15925
[40, 50[	45	4	180	2025	8100
		32	960		31400

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum n_i c_i = \frac{960}{32} = \boxed{30} \Rightarrow \bar{x}^2 = 900$$

$$Var(X) = \left(\frac{1}{N}\sum c_i^2 n_i\right) - \bar{x}^2 = 981{,}25 - 900$$
$$\boxed{= 81{,}25}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{81{,}25} = 9{,}014$$

$$CV = \frac{\sigma(x)}{\bar{x}} = \frac{9{,}014}{30} = 0{,}300$$

$[e_{i-1}, e_i[$	c_i	n_i	$n_i c_i$	c_i^2	$n_i c_i^2$
[10, 20[	15	4	60	225	900
[20, 30[	25	12	300	625	7500
[30, 40[	35	14	490	1225	17150
[40, 50[	45	6	270	2025	12150
		36	1120		37700

$$\bar{y} = \boxed{31{,}11} \Rightarrow \bar{y}^2 = 967{,}832$$

$$Var(y) = 79{,}39 \Rightarrow \sigma(y) = 8{,}91$$

$$CV = \frac{\sigma(y)}{\bar{y}} = \frac{8{,}91}{31{,}11} = 0{,}286$$

(1)

$[e_{i-1}, e_i[$	f_i	n_i	f_{icd}	a_i	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	n_{icc}	c_i	$f_i c_i$	c_i^2	$c_i^2 f_i$
$[0, 10[$	0,22	44	1	10	4,4	44	5	1,1	25	5,5
$[10, 30[$	0,28	56	0,78	20	2,8	100	20	5,6	400	112
$[30, 50[$	0,27	54	0,5	20	2,7	154	40	10,8	1600	432
$[50, 100[$	0,23	46	0,23	50	0,92	200	75	17,25	5550	1276,5
		$N = 200$						$\bar{X} = 34,75$		1826

$f_i = \frac{n_i}{N}$

Problème n°2

1°/ On cherche par les f_{icd} la valeur qui correspond à la classe $[30,50[$, c'est 0,5, on la multiplie par 100 et on obtient le pourcentage des exploitations agricoles qui ont une SAU supérieure à 30 ha, c'est 50 %

2°/ La classe modale est $[0,10[$ car elle correspond à $h_i = 4,4$ le plus grand.
On applique la formule : $M_o = e_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i$

$e_{i-1} = 0$; $a_i = 10$; $h_{i-1} = 0$; $h_{i+1} = 2,8$

donc $M_o = 10$

d'où la SAU la plus fréquente est 10 ha.

3°/ La médiane :

$\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$, cette valeur existe exactement parmi les n_{icc}

$\Rightarrow$ la classe médiane est $[10,30] = [e_{i-1}, e_i]$

On prend $M_é = e_i = 30$

4°/ Q_3 ?

$$\frac{N.3}{4} = \frac{200 \times 3}{4} = 150$$

On cherche 150 parmi les nicc

$\Rightarrow$ il n'existe pas exactement, mais 154 est la 1ère valeur qui la dépasse, on applique alors la formule :

$$Q_3 = e_{i-1} + \frac{\frac{N.3}{4} - n_{i-1}cc}{n_i} a_i$$

$$= 30 + \frac{150 - 100}{54} \times 20 = 30 + \frac{50}{54} \times 20$$

$$\boxed{Q_3 = 48,52 \text{ ha.}}$$

D_5 ?

$$\frac{N.7}{10} = \frac{200 \times 5}{10} = 100.$$

On cherche 100 parmi les nicc

cette valeur apparaît dans le tableau, alors on prend $\boxed{D_5 = e_2 = 30 \text{ ha.}}$

5°/ Médiale (Ml) :

$[e_{i-1}, e_i[$	n_i	c_i	n_ic_i	$(n_ic_i)c\uparrow$
[0,10[	44	5	220	220
[10,30[	56	20	1120	1340
[30,50[	54	40	2160	3500 *
[50,100[	46	75	3450	6950
			6950	

$$\frac{6950}{2} = 3475$$

On cherche cette valeur parmi les $(n_ic_i)c\uparrow$

La 1ère valeur qui la dépasse est 3500

Donc la classe médiale est [30,50]

on applique la formule :

(3)

$$Ml = e_{i-1} + \frac{\frac{\sum n_i c_i}{2} - (n_{i-1}\, c_{i-1})c\uparrow}{n_i c_i} a_i$$

$$= 30 + \frac{3475 - 1340}{2160} 20 = 49{,}768$$

8°/ $\Delta M = Ml - Mé = 49{,}768 - 30 = 19{,}768$

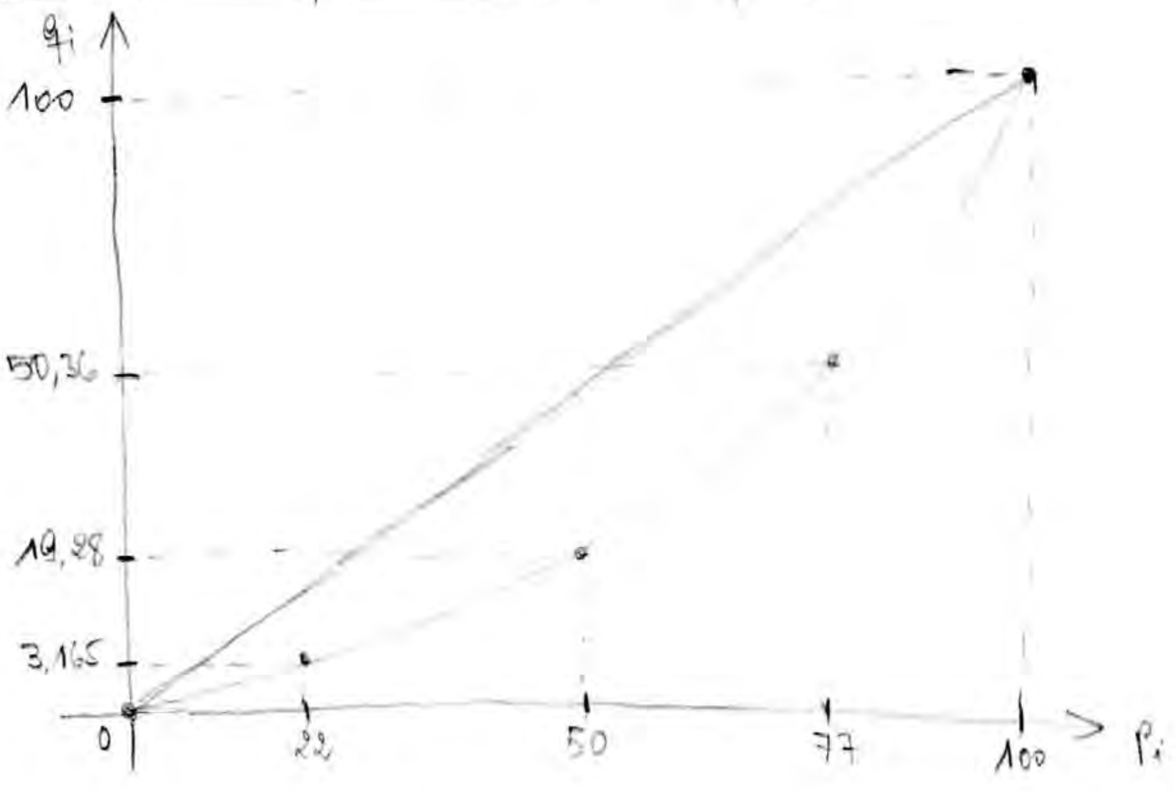
$E = 100$

$$I = \frac{\Delta M}{E} = \frac{19{,}768}{100} = 0{,}19768 \simeq 0{,}198$$

$\Rightarrow$ Équi-distribution.

7°/

$[e_{i-1}, e_i[$	$p_i = \frac{n_i c\uparrow}{N} \cdot 100$	$q_i = \frac{(n_i c_i) c\uparrow}{\sum n_i c_i} \cdot 100$
[0, 10[	22	3,165
[10, 30[	50	19,280
[30, 50[	77	50,360
[50, 100[	100	100



9°/

$$I_G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} P_i} = 1 - \frac{72,805}{149}$$

$$= 1 - 0,489 = 0,511$$

$\Rightarrow$ équidistribution